兰州二中2019届高三第二次月考考试试题

学科：数学（理）　　　　命题教师：杨婷

一、选择题（共 12 小题 ，每小题 5 分 ，共 60 分 ）

1. 集合$M=\{x|\lg x<0\}$，$N=\{x|2x^2+x-1\le 0\}$，则$M\cap N=$(　　)

$0<x<1$　$[-1,\frac{1}{2}]$

A. $(0,1)$　　B. $[\frac{1}{2},1)$　　C. $(0,\frac{1}{2}]$　　D. $\left[-1,\frac{1}{2}\right]$

2. 下列叙述中正确的是（　　）

A. 命题“$\exists x\in R$，$x+3>0$”的否定是“$\forall x\in R$，$x+3<0$”

B. 命题“若$\alpha=\frac{\pi}{3}$，则$\cos\alpha=\frac{1}{2}$”的否命题是“若$\alpha=\frac{\pi}{3}$，则$\cos\alpha\ne\frac{1}{2}$”

C. 在区间$[-1,1]$上随机取一个数x，则事件“$2^x\le\sqrt{2}$”发生的概率为$\frac{1}{4}$

都真　　　　有1个真

D. “命题$p\wedge q$为真”是“命题$p\vee q$为真”的充分不必要条件

3. 已知函数$f(x)=\begin{cases}\log_3 x,x>0\\ 2^x,x\le 0\end{cases}$，则$f[f(\frac{1}{9})]=$（　　）

A. 4　　B. $\frac{1}{4}$　　C. -4　　D. $-\frac{1}{4}$

4. 若$f(x)=x^2-2x-4\ln x$，则$f(x)$的单调递增区间为（　　）

A. $(-\infty,\ -1)$　　B. $(-\infty,\ -1)\cup(2,+\infty)$ X

C. $(2,+\infty)$　　D. $(-1,2)$

5. 函数$f(x)=\begin{cases}2x^2-8ax+3(x<1)\\ \log_a x(x\ge 1)\end{cases}$满足对任意$x_1\ne x_2$，都有$(x_1-x_2)[f(x_1)-f(x_2)]<0$成立，

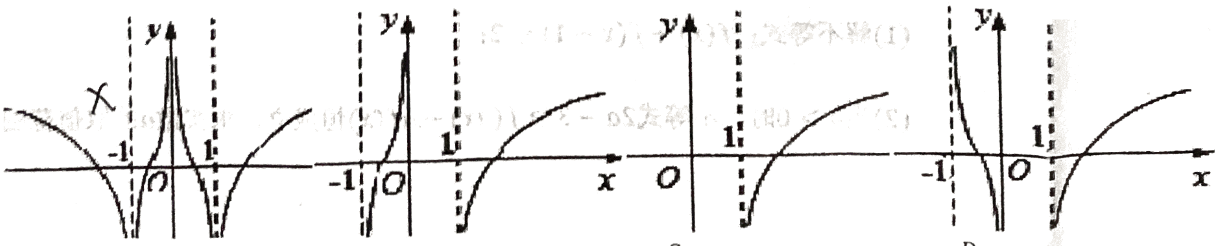
则a的范围是

A. $(0,\frac{1}{2}]$　　B. $[\frac{1}{2},\frac{5}{8}]$　　C. $[\frac{1}{2},1)$　　D. $[\frac{5}{8},1)$

6. 已知函数$y=x^3-3x+c$的图象与x轴恰有两个公共点，则$c=$

A. -2或2　　B. -3或3　　C. -1或1　　D. -3或1

7. 函数$f(x)=\ln(x-\frac{1}{x})$的图象是（　　）



A.　　　　B.　　　　C.　　　　D.

8. 函数$f(x)$在定义域R内可导，若$f(x)=f(2-x)$，且当$x\in(-\infty,1)$时，$(x-1)f'(x)<0$，设$a=f(0)$，$b=f(\frac{1}{2})$，$c=f(3)$，则（　　）

A. $a<b<c$　　B. $c<b<a$　　C. $c<a<b$　　D. $b<c<a$

9. 已知函数$f(x)=\begin{cases}2^x+a, x\le 0\\ x+\frac{4}{x}, x>0\end{cases}$有最小值，则实数$a$的取值范围是（　　）

A. $[4,+\infty)$　　B. $(4,+\infty)$　　C. $(-\infty,4]$　　D. $(-\infty,4)$

10. 定义行列式运算：$\begin{vmatrix}a_1 & a_2\\ a_3 & a_4\end{vmatrix}=a_1a_4-a_2a_3$，将函数$f(x)=\begin{vmatrix}\sqrt{3} & \cos x\\ 1 & \sin x\end{vmatrix}$的图象向左平移$m$个单位$(m>0)$，若所得图象对应的函数为偶函数，则$m$的最小值是（　　）

A. $\frac{\pi}{8}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{5}{6}\pi$　　D. $\frac{2\pi}{3}$

11. 已知定义在R上的函数$y=f(x)$对任意的x都满足$f(x+1)=-f(x)$，当$-1\le x<1$时，$f(x)=x^3$，若函数$g(x)=f(x)-\log_a|x|$至少6个零点，则a取值范围是（　　）

A. $(\frac{1}{7},\frac{1}{5})\cup[5,7)$　　B. $(0,\frac{1}{5})\cup[5,+\infty)$

C. $(\frac{1}{7},\frac{1}{5}]\cup(5,7)$　　D. $(0,\frac{1}{5}]\cup(5,+\infty)$

12. 已知$f(x)$是定义在R上的增函数，函数$y=f(x-1)$的图象关于点$(1,0)$对称．若对任意的x，$y\in R$，不等式$f(x^2-6x+21)+f(y^2-8y)<0$恒成立，则当$x>3$时，x^2+y^2的取值范围是（　　）

A. $(3,7)$　　B. $(9,25)$　　C. $(13,49)$　　D. $(9,49)$

二、填空题（共 4 小题 ，每小题 5 分 ，共 20 分 ）

13. 函数$y=f(x)$的图象在点P（5, $f(5)$）处的切线方程是$y=-x+8$，则$f(5)+f'(5)=$________.

14. 若函数$f(x)=\log_2(4^x+1)+ax$是偶函数，则$a=$________

15. 已知$a=\int_0^{\pi}(\sqrt{3}\cos x-\sin x)dx$，则二项式$(x^2+\frac{a}{x})^5$展开式中$x$的一次项系数为________.

$=-1.$　　$(x^2-\frac{1}{x})^5$

x

16. 若函数$f(x)=2x^2-\ln x$在其定义域内的一个子区间$(k-1,k+1)$内不是单调函数，则实数k的取值范围是 $(1,\frac{3}{2})$. $(x>0)$

三、解答题（共 7 小题 ，共 70 分 ）

17.（12 分）$\{a_n\}$是首项$a_1=4$的等比数列，且S_3，S_2，S_4成等差数列．

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)设$b_n=\log_2|a_n|$，T_n为数列$\{\frac{1}{b_n\cdot b_{n+1}}\}$的前$n$项和，求$T_n$．

18.（12 分）一次考试中，5名同学的语文、英语成绩如表所示：

学生	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
语文（x分）	87	90	91	92	95
英语（y分）	86	89	89	92	94

(1)根据表中数据，求英语分y对语文分x的线性回归方程；

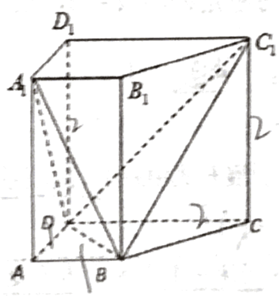
(2)要从4名语文成绩在90分（含90分）以上的同学中选出2名参加一项活动，以ξ表示选中的同学的英语成绩高于90分的人数，求随机变量ξ的分布列及数学期望$E\xi$

（附：线性回归方程$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$中，$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$，$\hat{a}=\hat{y}-\hat{b}x$，其中$\bar{x}$，$\bar{y}$为样本平均值，$\hat{b}$，$\hat{a}$的值的结果保留二位小数.）

19.（12 分）如图所示，已知直四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AD\perp DC$，$AB//DC$，且满足$DC=DD_1=2AD=2AB=2$.

(1)求证：$DB\perp$平面B_1BCC_1；

(2)求二面角A_1-BD-C_1的余弦值.



20. (12 分) 已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率$e=\frac{\sqrt{2}}{2}$，左、右焦点分别为$F_1$、$F_2$，点$P(2,\sqrt{3})$，点$F_2$在线段$PF_1$的中垂线上.

(1)求椭圆C的方程；

(2)设直线$l:y=kx+m$与椭圆C交于M、N两点，直线F_2M与F_2N的倾斜角分别为α，β，且$\alpha+\beta=\pi$，求证：直线l过定点，并求该定点的坐标.

21. (12 分) 已知函数$f(x)=ax+x\ln x(a\in R)$

(1)若函数$f(x)$在区间$[e,+\infty)$上为增函数，求a的取值范围；

(2)当$a=1$且$k\in \mathbf{Z}$时，不等式$k(x-1)<f(x)$在$x\in(1,+\infty)$上恒成立，求k的最大值.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分. 作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑。

22. （10 分）选修 4-4：坐标系与参数方程选讲

直角坐标系中，以原点为极点，x轴的正半轴为极轴建极坐标系，已知曲线$C:\rho\sin^2\theta=2a\cos\theta(a>0)$，过点$P(-2,-4)$的直线$l$的参数方程为：$\begin{cases}x=-2+\frac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=-4+\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$，直线$l$与曲线$C$分别交于$M$，$N$.

(1)写出曲线C和直线l的普通方程；

(2)若$|PM|$，$|MN|$，$|PN|$成等比数列，求a的值.

23. （10 分）选修 4-5：不等式选讲

已知函数$f(x)=|x-1|$.

(1)解不等式：$f(x)+f(x-1)\le 2$；

(2)当$a>0$时，不等式$2a-3\ge f(ax)-af(x)$恒成立，求实数a的取值范围.