

合川中学高 2019 级第六学期周考 (三)

数学试题 (文)

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，满分 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 a 为实数，若复数 $(a+i)+(1-2i)$ 为纯虚数，则 $a=$

- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

2. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x < 0\}$, $B = \{x | x > 0\}$, 则

- A. $A \cap B = \emptyset$ B. $A \cup B = R$ C. $B \subseteq A$ D. $A \subseteq B$

3. 已知 $\tan(\alpha - \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}$, 则 $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$ 的值为

- A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. $2\sqrt{2}$ D. -2

4. 设非零向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$, 则

- A. $\vec{a} \perp \vec{b}$ B. $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ C. $\vec{a} \parallel \vec{b}$ D. $|\vec{a}| > |\vec{b}|$

5. 若点 $P(1,1)$ 为圆 $x^2 + y^2 - 6x = 0$ 的弦 MN 的中点，则弦 MN 所在直线方程为

- A. $2x + y - 3 = 0$ B. $x - 2y + 1 = 0$
C. $x + 2y - 3 = 0$ D. $2x - y - 1 = 0$

6. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} y \geq 1 \\ y \geq 2x - 1 \\ x + y \leq 3 \end{cases}$, 则 $z = 3x + y + 1$

- A. 有最小值 $\frac{20}{3}$ B. 有最大值 8, 最小值 $\frac{20}{3}$
C. 有最大值 $\frac{20}{3}$ D. 有最大值 8, 最小值 5

7. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c 已知 $b = 2, c = 2\sqrt{2}$, 且 $C = \frac{\pi}{4}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为

- A. $2\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $\sqrt{3} + 1$ D. $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

8. 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E, F 分别是棱 AB, BC 的中点，则直线 CE 与 D_1F 所成角的大小为

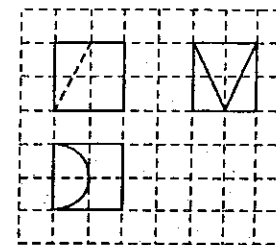
- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

9. 已知实数 $3, m, \frac{16}{3}$ 依次构成一个等比数列，则圆锥曲线 $x^2 + \frac{y^2}{m} = 1$ 的离心率为

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $\sqrt{5}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $\frac{\sqrt{5}}{2}$

10. 如图，小方格是边长为 1 的正方形，图中粗线画出的是某几何体的三视图，则该几何体的体积为

- A. $8 - \frac{4\pi}{3}$ B. $8 - \pi$
C. $8 - \frac{2\pi}{3}$ D. $8 - \frac{\pi}{3}$



11. 已知 F 为抛物线 $C: y^2 = 6x$ 的焦点，过点 F 的直线 l 与 C 相交于 A, B 两点，且 $|AF| = 3|BF|$,

则 $|AB| =$

- A. 6 B. 8 C. 10 D. 12

12. 已知 $a - \ln b = 0, c - d = 1$, 求 $(a - c)^2 + (b - d)^2$ 的最小值

- A. 4 B. 2 C. 1 D. $\sqrt{2}$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分。

13. 甲、乙、丙三名同学被问到是否具有 A, B, C 三个微信公众号时，

甲说：我具有的微信公众号比乙多，但没有 B 微信公众号；

乙说：我没有 C 微信公众号；

丙说：我们三个人具有同一个微信公众号。

由此可判断乙具有的微信公众号为_____。

14. 从甲、乙等 5 名学生中随机选出 2 人，则甲被选中的概率为_____。

15. 已知函数 $f(x) = x^3 + a \log_3 x$, 若 $f(2) = 6$, 则 $f(\frac{1}{2}) =$ _____。

16. 已知三棱锥 $A - BCD$ 中， $AB = AC = BC = 2, BD = CD = \sqrt{2}$, 点 E 是 BC 的中点，点 A 在平面 BCD 内的射影恰好为 DE 的中点，则该三棱锥外接球的表面积为_____。

三、解答题：共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分

17. (12 分)

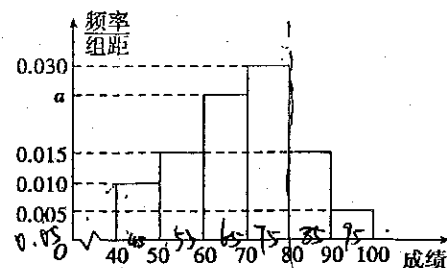
已知 $\{a_n\}$ 是等差数列，且 $a_1 = 1, a_4 = 10$

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式

(2) 若 a_1, a_2, a_6 是等比数列 $\{b_n\}$ 的前 3 项，求数列 $\{a_n + b_n\}$ 的前 n 项和

18. (12分)

在某校举行的航空知识竞赛中，参加竞赛的文科生与理科生人数之比为 1:3，且成绩分布在 [40,100]，分数在 80 分以上(含 80)的同学获奖。按文、理科用分层抽样的方法抽取 200 人的成绩作为样本，得到成绩的频率分布直方图如图所示。



- (1)求 a 的值，并计算所抽取样本的平均值 \bar{x} (同一组中的数据用该组区间的中点值作代表);
(2)填写下面的 2×2 列联表，并判断能否有超过 95% 的把握认为“获奖与学生的文、理科有关”?

	文科生	理科生	总计
获奖	5	b	
不获奖	c	d	
总计			200

附表及公式:

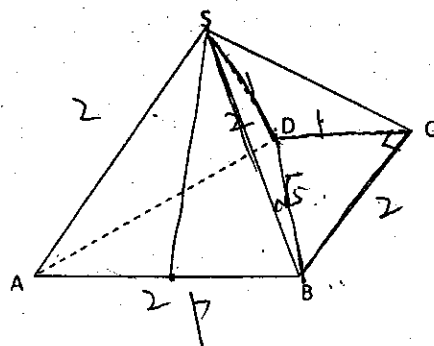
$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

19. (12分)

如图，四棱锥 $S-ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $BC \perp CD$ ，侧面 SAB 为等边三角形， $AB = BC = 2$ ， $CD = SD = 1$

- (1)证明: $SD \perp$ 平面 SAB ;
(2)求四棱锥 $S-ABCD$ 的高.



20. (12分)

圆与 x 轴相切与点 $T(2,0)$ ，与 y 轴正半轴相交于两点 M, N (点 M 在点 N 的下方)，且 $|MN|=3$

- (1)求圆的方程
(2)过点 M 任作一条直线与椭圆 $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$ 相交于两点 A, B ，连接 AN, BN ，求证:

$$\angle ANM = \angle BNM$$

21. (12分)

已知函数 $f(x) = ke^x - x^2$ (其中 $k \in R, e$ 是自然对数的底数).

- (1)若 $k=2$ ，当 $x \in (0, +\infty)$ 时，试比较 $f(x)$ 与 2 的大小;
(2)若函数 $f(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$)，求 k 的取值范围，并证明: $0 < f(x_1) < 1$.

(二)选考题: 共 10 分。请考生在第 22、23 两题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分。

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程](10分)

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + \cos \alpha \\ y = 1 + \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数， $\pi \leq \alpha \leq 2\pi$)，以 O 为

极点， x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho \cos(\theta - \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}t$ (其中 $t \in R$)。

- (1)求 C_2 的直角坐标方程;
(2)当 C_1 与 C_2 有两个公共点时，求实数 t 的取值范围.

23. [选修 4-5: 不等式选讲](10分)

设函数 $f(x) = |x-2| + 2x-3$ ，记 $f(x) \leq -1$ 的解集为 M 。

- (1)求 M ;
(2)当 $x \in M$ 时，证明: $x[f(x)]^2 - x^2 f(x) \leq 0$.