长春二中2019届高三年级第六次大练习

理科数学试卷（副题）

2019、5、11

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 作答时，务必将答案写在答题卡上．写在本试卷及草稿纸上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，满分60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 如果复数$\dfrac{1-ai}{2+i}$ ($a\in R$，i为虚数单位)的实部与虚部相等，则a的值为

A. 1　　B. -1　　C. 3　　D. -3

2. 若$A=\{0,1,2\},B=\{x\,|\,x=2^a,a\in A\}$，则$A\cup B=$

A. $\{0,1,2\}$　　B. $\{0,1,2,3\}$　　C. $\{0,1,2,4\}$　　D. $\{1,2,4\}$

3. 向量$\vec{a}=(2,t),\vec{b}=(-1,3)$，若$\vec{a},\vec{b}$的夹角为钝角，则t的范围是

A. $t<\dfrac{2}{3}$　　B. $t>\dfrac{2}{3}$　　C. $t<\dfrac{2}{3}$且$t\neq-6$　　D. $t<-6$

4. 双曲线$\dfrac{x^2}{4}-y^2=1$的顶点到渐近线的距离等于

A. $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　　B. $\dfrac{4}{5}$　　C. $\dfrac{2}{5}$　　D. $\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$

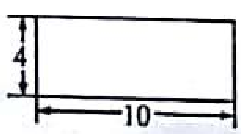
5. 有6名男医生、5名女医生，从中选出2名男医生、1名女医生组成一个医疗小组，则不同的选法共有

A. 60种　　B. 70种　　C. 75种　　D. 150种

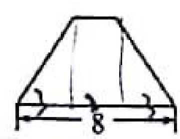
6. 已知某个几何体的三视图如右图所示，则该几何体的体积是

A. $\dfrac{560}{3}$　　B. 200

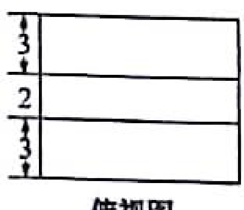
C. $\dfrac{580}{3}$　　D. 240



正（主）视图



侧（左）视图



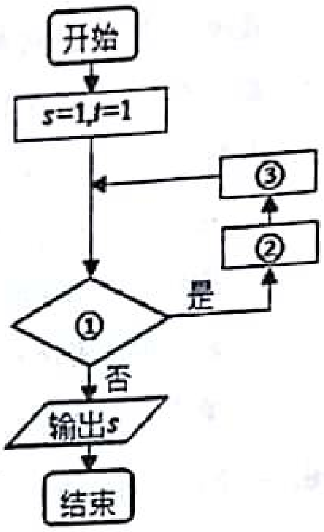
俯视图

7. 下列函数中，最小正周期为π，且图象关于直线$x=\frac{\pi}{3}$对称的函数是

A. $y=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})$　　B. $y=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})$

C. $y=2\sin(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{3})$　　D. $y=2\sin(2x-\frac{\pi}{3})$

8. 我国古代名著《庄子•天下篇》中有一句名言“一尺之棰，日取其半，万世不竭”，其意思为：一尺的木棍，每天截取一半，永远都截不完．现将该木棍依此规律截取，如图所示的程序框图的功能就是计算截取20天后所剩木棍的长度（单位：尺），则①②③处可分别填入的是



A. $i<20,S=S-\frac{1}{i},i=2i$　　B. $i\le 20,S=S-\frac{1}{i},i=2i$

C. $i<20,S=\frac{S}{2},i=i+1$　　D. $i\le 20,S=\frac{S}{2},i=i+1$

9. 已知α是第二象限角，且$\sin(\pi+\alpha)=-\frac{3}{5}$，则$\tan2\alpha$的值为

A. $\frac{4}{5}$　　B. $-\frac{23}{7}$　　C. $-\frac{24}{7}$　　D. $-\frac{24}{9}$

10. P为圆C_1：$x^2+y^2=9$上任意一点，Q为圆C_2：$x^2+y^2=25$上任意一点，PQ中点组成的区域为M，在C_2内部任取一点，则该点落在区域M上的概率为

A. $\frac{13}{25}$　　B. $\frac{3}{5}$　　C. $\frac{12}{25\pi}$　　D. $\frac{3}{5\pi}$

11. 已知抛物线$x^2=4y$焦点为F，经过F的直线交抛物线于$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，点A，B在抛物线准线上的射影分别为A_1，B_1，以下四个结论：①$x_1x_2=-4$，②$|AB|=y_1+y_2+1$，③$\angle A_1FB_1=\frac{\pi}{2}$，④AB的中点到抛物线的准线的距离的最小值为2

其中正确的个数为

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

12. 已知函数$f(x)=\frac{e^x}{x}-ax$，$x\in(0,+\infty)$，当$x_2>x_1$时，不等式$\frac{f(x_1)}{x_2}<\frac{f(x_2)}{x_1}$恒成立，则实数$a$的取值范围为

A. $(-\infty,e]$　　B. $(-\infty,e)$　　C. $(-\infty,\frac{e}{2})$　　D. $(-\infty,\frac{e}{2}]$

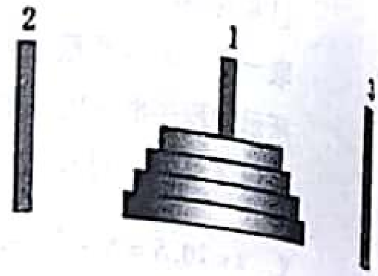
二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分.

13. 在锐角三角形 ABC 中，a,b,c 分别为角 A、B、C 所对的边，且 $\sqrt{3}a=2c\sin A$

$c=\sqrt{7}$，且 ΔABC 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$，$a+b$ 的值为______

14. 在三棱锥 S—ABC 中，$\angle SAB=\angle SAC=\angle ACB=90°$，$AC=2$，$BC=\sqrt{13}$，$SB=\sqrt{29}$，则异面直线 SC 与 AB 所成角的余弦值为______

15. 如图所示，有三根针和套在一根针上的 n 个金属片，按下列规则，把金属片从一根针上全部移到另一根针上.



(1) 每次只能移动一个金属片；

(2) 在每次移动过程中，每根针上较大的金属片不能放在较小的金属片上面．将 n 个金属片从 1 号针移到 3 号针最少需要移动的次数记为 f(n)，则 f(n)＝______

16. 一个四面体的顶点在空间直角坐标系 $O\text{-}xyz$ 中的坐标分别是 A（0，0，$\sqrt{5}$），B（$\sqrt{3}$，0，0），C（0，1，0），D（$\sqrt{3}$，1，$\sqrt{5}$），则该四面体的外接球的体积为______.

三、解答题：共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一) 必考题：（共 60 分）

17.（12 分）

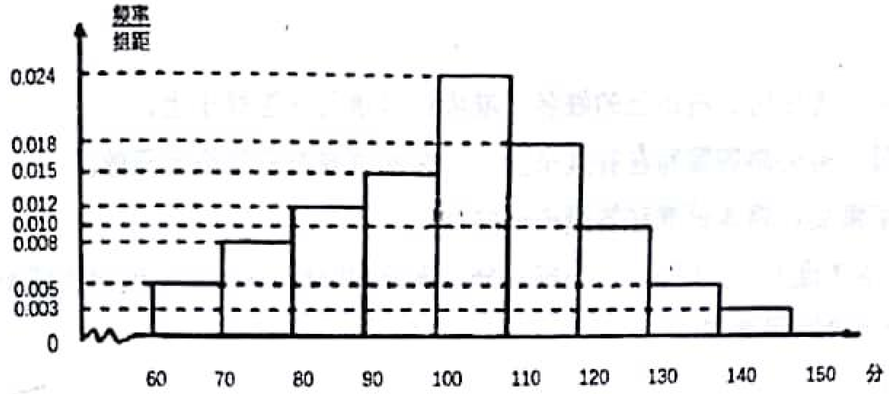
设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}=\frac{1}{3}a_n+2$，$a_1=4$

(1) 求证 $\{a_n-3\}$ 是等比数列，并求 a_n；

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

18. (12分)

为了解某市高三数学复习备考情况，该市教研机构组织了一次检测考试，并随机抽取了部分高三理科学生数学成绩绘制如图所示的频率分布直方图。



(1) 根据频率分布直方图，估计该市此次检测理科数学的平均成绩 u_0；(精确到个位)；

(2) 研究发现，本次检测的理科数学成绩 X 近似服从正态分布 $N(u,\sigma^2)$ ($u=u_0$，σ 约为 19.3)，按以往的统计数据，理科数学成绩能达到自主招生分数要求的同学约占 40%；

(i) 估计本次检测成绩达到自主招生分数要求的理科数学成绩大约是多少分？(精确到个位)；

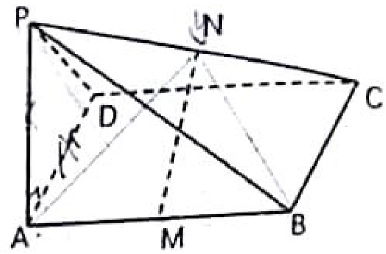
(ii) 从该市高三理科学生中随机抽取 4 人，记理科数学成绩能达到自主招生分数要求的人数为 Y，求 Y 的分布列及数学期望 $E(Y)$. (说明：$P(X>x_1)=1-\phi(\frac{x_1-u}{\sigma})$ 表示 $X>x_1$ 的概率. 参考数据：$\varphi(0.7257)=0.6,\varphi(0.6554)=0.4$)

19.（12分）

如图，PA⊥矩形ABCD所在平面，PA=AD，M、N分别是AB、PC的中点.

（1）求证：平面ANB⊥平面PCD；

（2）若直线PB与平面PCD所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{10}}{10}$，求二面角N-MD-C的正弦值.



20.（12分）

动点M(x, y)满足$\sqrt{(x-2\sqrt{2})^2+y^2}+\sqrt{(x+2\sqrt{2})^2+y^2}=6$

(1)求M点的轨迹并给出标准方程；

(2)已知D($2\sqrt{2}$, 0)，直线l：$y=kx-2\sqrt{2}k$交M点的轨迹于A, B两点，设$\overrightarrow{AD}=\lambda\ \overrightarrow{DB}$且$1<\lambda<2$，求k的取值范围.

21．(12分)

已知函数$f(x)=e^x-\ln(x+m)$，其中$m\geq1$.

(1)设$x=0$是函数$f(x)$的极值点，讨论函数$f(x)$的单调性；

(2)若$y=f(x)$有两个不同的零点x_1和x_2，且$x_1<0<x_2$，

(i) 求参数m的取值范围；

(ii) 求证：$e^{x_2-x_1}-\ln(x_2-x_1+1)>e-1$.

(二)选考题：共10分.请考生在第22、23两题中任选一题做答，如果多做,则按所做的第一题记分.

22．[选修4—4：坐标系与参数方程](10分)

以直角坐标系原点O为极点，x轴正方向为极轴，已知曲线C_1的方程为$(x-1)^2+y^2=1$，C_2的方程为$x+y=3$，C_3是一条经过原点且斜率大于0的直线.

(1) 求C_1与C_2的极坐标方程；

(2) 若C_1与C_3的一个公共点为A（异于点O），C_2与C_3的一个公共点为B，

求$|OA|-\dfrac{3}{|OB|}$的取值范围.

23．[选修4—5：不等式选讲](10分)

(1) 已知$a,b,c\in R_+$,且$a+b+c=1$,证明$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\geq 9$;

(2) 已知$a,b,c\in R_+$,且$abc=1$,证明$\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}\leq\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}$.