高一数学参考答案及评分标准

2019.5

一、选择题(每小题5分,共60分)

DCABC　DCBAD　AB

二、填空题(每小题5分,共20分.其中第14题第1问2分,第2问3分)

13. $\frac{1}{2}$　　14. $(-\frac{4}{5},\frac{3}{5}),\frac{2}{5}$

15. 形如$f(x)=\cos 2x, f(x)=\cos 2x+1, f(x)=2\cos 2x, f(x)=|\cos x|, f(x)=|\sin x|+1$,或非零常数函数等形式都对

16. ②④

三、解答题(本大题共6小题,共70分)

17. 解:(1)因为$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\frac{\pi}{3}=|\boldsymbol{b}|=2$,

即$|\boldsymbol{b}|=2$, …… 2分

所以$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=\sqrt{\boldsymbol{a}^2-2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2}=\sqrt{4-4+4}=2.$ …… 4分

(2)$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^2}=\sqrt{\boldsymbol{a}^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2}=\sqrt{4+4+4}=2\sqrt{3}$, …… 6分

所以$\cos<\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{b}>=\frac{(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}||\boldsymbol{b}|}=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2}{|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}||\boldsymbol{b}|}=\frac{2+4}{2\sqrt{3}\times 2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, …… 8分

即$<\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{b}>=\frac{\pi}{6}.$ …… 10分

法二:因为$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\frac{\pi}{3}=|\boldsymbol{b}|=2$, …… 2分

所以$|\boldsymbol{b}|=2, |\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$,

所以$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$与$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$是以$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$为邻边的菱形的对角线所表示的向量, …… 4分

又因为$<\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}>=\frac{\pi}{3}$,

所以$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=2$, …… 8分

$<\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{b}>=\frac{\pi}{6}.$ …… 10分

18. 解:(1)由题意知:

$10\sin\theta+3\cos\theta=8\sin\theta+4\cos\theta$,

$2\sin\theta=\cos\theta$, …… 2分

所以$\tan\theta=\frac{1}{2}.$ …… 4分

(2)由(1)知$\tan 2\theta=\frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}=\frac{2\times\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{4}}=\frac{4}{3}$, …… 8分

所以$\tan(2\theta-\frac{\pi}{4})=\frac{\tan 2\theta-\tan\frac{\pi}{4}}{1+\tan 2\theta\cdot\tan\frac{\pi}{4}}=\frac{\frac{4}{3}-1}{1+\frac{4}{3}}=\frac{1}{7}.$ …… 12分

19. 解:(1)因为α的终边过$P(\frac{60}{13},\frac{25}{13})$,

所以$r=|OP|=\sqrt{(\frac{60}{13})^2+(\frac{25}{13})^2}=5$, …… 2分

由三角函数的定义

$\cos\alpha=\frac{\frac{60}{13}}{5}=\frac{12}{13}, \sin\alpha=\frac{\frac{25}{13}}{5}=\frac{5}{13}$, …… 4分

所以$\cos(\alpha+\pi)=-\cos\alpha=-\frac{12}{13}.$ …… 6分

(2)由题意知:$\cos(\alpha+\beta)=-\frac{3}{5}$,

$\sin(\alpha+\beta)=\frac{4}{5}.$ …… 8分

所以$\cos\beta=\cos[(\alpha+\beta)-\alpha]$

$=\cos(\alpha+\beta)\cos\alpha+\sin(\alpha+\beta)\sin\alpha$ …… 10分

$=(-\frac{3}{5})\times\frac{12}{13}+\frac{4}{5}\times\frac{5}{13}=-\frac{16}{65}.$ …… 12分

20. 解:(1)$f(x)=\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}-\sqrt{3}=2\sqrt{3}\cos^2\omega x+2\sin\omega x\cos\omega x-\sqrt{3}$

$=\sqrt{3}(1+\cos 2\omega x)+\sin 2\omega x-\sqrt{3}$

$=\sqrt{3}\cos 2\omega x+\sin 2\omega x$

$=2\sin(2\omega x+\frac{\pi}{3})$ …… 4分

因为相邻对称轴间距离为π,

由$T=2\pi$,

得$\frac{2\pi}{2\omega}=2\pi$,

所以$\omega=\frac{1}{2}$,

$f(x)=2\sin(x+\frac{\pi}{3}).$ …… 6分

(2)$f(x)=2\sin(x+\frac{\pi}{3})\xrightarrow[\text{纵坐标不变}]{\text{横坐标缩短为原来的}\frac{1}{2}}y=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})\xrightarrow{\text{图象向右平移}\frac{\pi}{12}\text{个单位}}$

$g(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$ ………………………………………………………… 8 分

令 $2k\pi-\frac{\pi}{2}\leqslant 2x+\frac{\pi}{6}\leqslant 2k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$

$2k\pi-\frac{2}{3}\pi\leqslant 2x\leqslant 2k\pi+\frac{\pi}{3}(k\in\mathbf{Z})$

得 $k\pi-\frac{\pi}{3}\leqslant x\leqslant k\pi+\frac{\pi}{6}(k\in\mathbf{Z})$, ………………………………………… 9 分

令 $k=0$, $[0,\frac{\pi}{6}]$ 为增区间, ………………………………………………… 10 分

令 $k=1$, $[\frac{2}{3}\pi,\pi]$ 为增区间, ……………………………………………… 11 分

所以 $g(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上的增区间为 $[0,\frac{\pi}{6}]$, $[\frac{2}{3}\pi,\pi]$. ……………………… 12 分

21. 解:(1)由图知, $T=2(14-2)=24$,

所以 $\frac{2\pi}{\omega}=24$, 得 $\omega=\frac{\pi}{12}$. ……………………………………………… 2 分

由图知, $b=\frac{16+32}{2}=24$, $A=\frac{32-16}{2}=8$,

所以 $f(t)=8\sin(\frac{\pi}{12}t+\varphi)+24$, ………………………………………… 3 分

将点(2,16)代入函数解析式得 $24+8\sin(\frac{\pi}{12}\times 2+\varphi)=16$,

得 $\frac{\pi}{6}+\varphi=2k\pi-\frac{\pi}{2}$, $(k\in\mathbf{Z})$ 即 $\varphi=2k\pi-\frac{2}{3}\pi(k\in\mathbf{Z})$ ……………………… 4 分

又因为 $|\varphi|<\pi$, 得 $\varphi=-\frac{2}{3}\pi$,

所以 $f(t)=24+8\sin(\frac{\pi}{12}t-\frac{2}{3}\pi)(0\leqslant t\leqslant 24)$ ………………………………… 6 分

(2)依题意,令 $24+8\sin(\frac{\pi}{12}t-\frac{2}{3}\pi)>28$,

可得 $\sin(\frac{\pi}{12}t-\frac{2}{3}\pi)>\frac{1}{2}$,

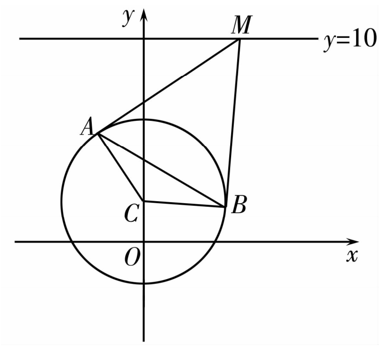
所以 $2k\pi+\frac{\pi}{6}<\frac{\pi}{12}t-\frac{2}{3}\pi<2k\pi+\frac{5}{6}\pi(k\in\mathbf{Z})$ ……………………………… 8 分

解得: $24k+10<t<24k+18(k\in\mathbf{Z})$, …………………………………………… 10 分

令 $k=0$ 得, $10<t<18$, ……………………………………………………… 11 分

故中央空调应在上午 10 时开启,下午 18 时关闭. ………………………………… 12 分

22. 解:(1)由题意知,



圆心 $C(-\frac{D}{2},-\frac{E}{2})$ 在直线 $x+2y-4=0$ 上,

即 $-\frac{D}{2}-E-4=0$, ……………………………… 1 分

又因为圆心 C 在 y 轴上,

所以 $-\frac{D}{2}=0$,

由以上两式得: $D=0$, $E=-4$,

所以 $x^2+y^2-4y-12=0$, ……………………………………………………………… 2 分

故⊙C 的标准方程为 $x^2+(y-2)^2=16$. ……………………………………………… 3 分

(2)(ⅰ)如图,⊙C 的圆心为 $(0,2)$,半径 $r=4$,

因为 MA、MB 是⊙C 的两条切线,

所以 $CA\perp MA$, $CB\perp MB$,

故 $|MA|=|MB|=\sqrt{|MC|^2-r^2}=\sqrt{|MC|^2-16}$ ………………………………………… 4 分

又因为 $S=2S_{\triangle ACM}=4|MA|=4\sqrt{|MC|^2-16}$, ……………………………………… 5 分

根据平面几何知识,要使 S 最小,只要 $|MC|$ 最小即可.

易知,当 M 点坐标为 $(0,10)$ 时,

$|MC|_{\min}=8$, ……………………………………………………………………… 7 分

此时 $S_{\min}=4\sqrt{64-16}=16\sqrt{3}$. ………………………………………………… 8 分

(ⅱ)设点 M 的坐标为 $(a,10)$,

因为 $\angle MAC=\angle MBC=90°$,

所以 M、A、C、B 四点共圆, ……………………………………………………… 9 分

其圆心为线段 MC 的中点 $C'(\frac{a}{2},6)$, $|MC|=\sqrt{a^2+64}$,

设 $MACB$ 所在的圆为⊙C',

所以⊙C'的方程为: $(x-\frac{a}{2})^2+(y-6)^2=16+\frac{a^2}{4}$, ………………………………… 10 分

化简得: $x^2+y^2-ax-12y+20=0$,

因为 AB 是⊙C 和⊙C'的公共弦,

所以 $\begin{cases}x^2+y^2-4y-12=0\\x^2+y^2-ax-12y+20=0\end{cases}$,两式相减得, $ax+8y-32=0$,

故 AB 方程为: $ax+8y-32=0$, ……………………………………………………… 11 分

当 $x=0$ 时, $y=4$,

所以直线 AB 恒过定点 $(0,4)$. ……………………………………………………… 12 分