行知中学2018学年高一第二学期数学调研

一、填空题(本大题共有12题，满分54分)只要求直接填写结果，1-6题每个空格填对得4分，7-12题每个空格填对得5分，否则一律得零分.

1、与2019°角终边重合的角中最小正角是__________

2、考完数学需要两个小时，则时针走了________弧度

3、化简：$\dfrac{(\sec x-\cos x)(\csc x-\sin x)}{\sin 2x}=$__________

4、已知$\tan\alpha=2$，则$\dfrac{1}{2}\sin^2\alpha+\dfrac{1}{3}\cos^2\alpha=$ __________

5、化简：$\dfrac{\sin(\pi-\alpha)}{\tan(\pi+\alpha)}\cdot\dfrac{\cot(\frac{\pi}{2}-\alpha)}{\tan(\frac{\pi}{2}+\alpha)}\cdot\dfrac{\cos(-\alpha)}{\sin(2\pi-\alpha)}=$__________

6、已知$\triangle ABC$的三内角满足$\sin^2A=\sin^2C+\sin^2B+\sqrt{3}\sin C\sin B$，则角$A$的大小为____

7、已知$\sin\theta=a$，那么$\sin 3\theta=$__________（结果用a表示）

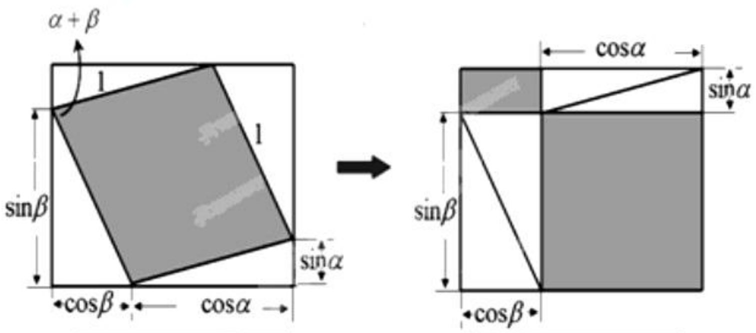
8、当$\sin\alpha+2\cos\alpha$取到最大值时，$\tan\alpha=$________

9、若$\log_{\frac{1}{2}}\sin\alpha+\log_{\frac{1}{2}}\sin\beta=2$，且$\left(27^{\cos\alpha}\right)^{\cos\beta}=\dfrac{1}{9}$，求$\cos(2\alpha+2\beta)=$__________

10、在ΔABC中，$\tan A:\tan B:\tan C=1:2:3$，求$\dfrac{AC}{AB}=$__________

11、甲同学碰到一道缺失条件的问题："在$\triangle ABC$中，已知$a=4,A=30°$，试判断此三角形解的个数."查看标准答案发现该三角形有一解.若条件中缺失边c，那么根据答案可得所有可能的c的取值范围是____________.

12、"无字证明"（proofs without words）就是将数学命题用简单、有创意而且易于理解的几何图形来呈现。请利用图甲、图乙中阴影部分的面积关系，写出该图所验证的一个三角恒等变换公式____________



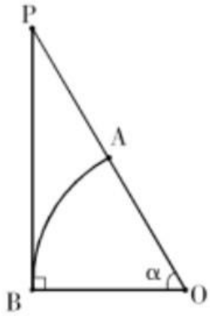
图甲　　图乙

二、选择题(本大题共有4题，满分20分) 每小题都给出四个选项，其中有且只有一个选项是正确的，选对得 5分，否则一律得零分.

13、直角ΔPOB中，$\angle PBO=90$，以O为圆心、OB为半径作圆弧交OP于A点.若弧 AB 等分ΔPOB的面积，且$\angle AOB=\alpha$弧度，则 ……………………………… (　　)

A. $\tan\alpha=\alpha$　　　　　　　　B. $\tan\alpha=2\alpha$

C. $\sin\alpha=2\cos\alpha$　　　　　　D. $2\sin\alpha=\cos\alpha$



14、记 $\cos\left(-80^{\circ}\right)=k$，那么 $\tan 100^{\circ}=($　　$)$

A. $\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$　　B. $-\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$　　C. $\frac{k}{\sqrt{1-k^2}}$　　D. $-\frac{k}{\sqrt{1-k^2}}$

15、在 ΔABC 中，$\sin A=\frac{3}{5}$，$\cos B=\frac{5}{13}$，则 $\cos C=$（　　）

A．$\frac{16}{65}$ 或 $\frac{56}{65}$　　B．$-\frac{16}{65}$ 或 $-\frac{56}{65}$　　C．$-\frac{16}{65}$　　D．$\frac{16}{65}$

16、下列四个命题，其中是假命题的是　　　　（　　）

(A)不存在无穷多个角 α 和 β，使得 $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$

(B)存在这样的角 α 和 β，使得 $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

(C)对任意角 α 和 β，都有 $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

(D)不存在这样的角 α 和 β，使得 $\sin(\alpha+\beta)\neq\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

三．解答题(本大题共有 5 题，满分 76 分)解答下列各题必须写出必要的步骤．

17.(本题满分 14 分)已知 α，β 都是锐角，$\sin\alpha=\frac{4}{5}$，$\cos(\alpha+\beta)=\frac{5}{13}$，求 $\sin\beta$ 的值

18、(本题满分 14 分)已知 $-\frac{\pi}{2}<x<0,\sin x+\cos x=\frac{1}{5}$.

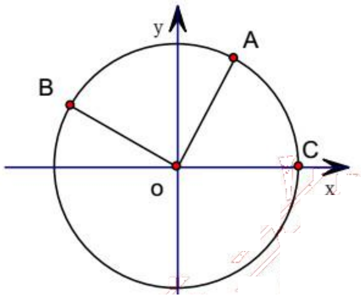
(I) 求 $\sin x-\cos x$ 的值；

(Ⅱ) 求 $\dfrac{3\sin^2\frac{x}{2}-2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}+\cos^2\frac{x}{2}}{\tan x+\cot x}$ 的值.

19、**(本题满分 14 分)**如图 A,B 是单位圆 O 上的点，且点 B 在第二象限. C 是圆 O 与 x 轴正半轴的交点，A 点的坐标为 $\left(\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right)$，$\triangle AOB$ 为直角三角形.

（1）求 $\sin\angle COA$；

（2）求 BC 的长度



20、**(本题满分 16 分)**（1）若直角三角形两直角边长之和为 12，求其周长 p 的最小值；

（2）若三角形有一个内角的余弦值为 $\frac{7}{9}$，周长为定值 p，求面积 S 的最大值；

（3）为了研究边长 a,b,c 满足 $9\ge a\ge 8\ge b\ge 4\ge c\ge 3$ 的三角形其面积是否存在最大值，现有解法如下：

$$16S^2=(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c)$$

$$=[(a+b)^2-c^2][c^2-(a-b)^2]=-c^4+2(a^2+b^2)c^2-(a^2-b^2)^2$$

$$=-[c^2-(a^2+b^2)]^2+4a^2b^2$$

而 $-[c^2-(a^2+b^2)]^2\le 0, a^2\le 81, b^2\le 64$，则 $S\le 36$，但是，其中等号成立的条件是 $c^2=a^2+b^2, a=9, b=8$，于是 $c^2=145$ 与 $3\le c\le 4$ 矛盾，所以，此三角形的面积不存在最大值。以上解答是否正确？若不正确，请你给出正确的答案。

（注：$16S^2=(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c)$ 称为三角形面积的海伦公式，它已经被证明是正确的）

21、(本题满分 18 分)已知$\begin{cases}\sin\alpha+\sin\beta=b\\\cos\alpha+\cos\beta=a\end{cases}$.

（1）求$\cos(\alpha-\beta)$

（2）若$b=1,a=0$,求$\cos(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)$

（3）求$\sin(\alpha+\beta)$，$\cos(\alpha+\beta)$.