

高 2020 级数学文科试题

考试时间: 120 分钟 试题总分: 150 分
命题人: 龚绍兵 审题人: 方明华

注意事项

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名和准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

第 I 卷 (共 60 分)

一. 选择题 (本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分.)

1. 已知集合 $A = \{x | -1 \leq x < 1\}$, $B = \{-1, 0, 1\}$, 则 $A \cap B =$ ()
A. $\{0, 1\}$ B. $\{-1, 0\}$ C. $\{0\}$ D. $\{-1, 0, 1\}$

2. 若 $z = (1+i)i$ (i 为虚数单位), 则 z 的虚部是 ()
A. 1 B. -1 C. i D. $-i$

3. 命题 " $\exists x \leq 0, x^2 - x > 0$ " 的否定是 ()
A. $\forall x > 0, x^2 - x \leq 0$ B. $\forall x \leq 0, x^2 - x \leq 0$
C. $\exists x > 0, x^2 - x \leq 0$ D. $\exists x \leq 0, x^2 - x \leq 0$

4. 有一段演绎推理: "因为对数函数 $y = \log_a x$ 是减函数; 已知 $y = \log_2 x$ 是对数函数, 所以 $y = \log_2 x$ 是减函数", 结论显然是错误的, 这是因为 ()

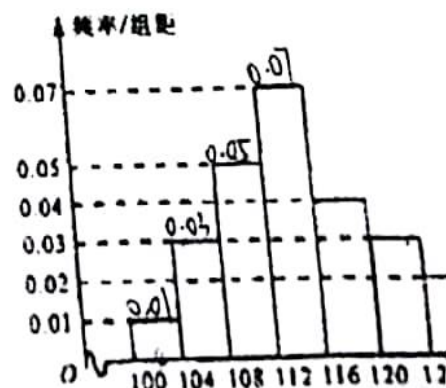
A. 推理形式错误 B. 小前提错误 C. 大前提错误 D. 非以上错误

5. 有 40 件产品, 编号从 1 到 40, 从中抽取 4 件检验, 用系统抽样方法确定所抽的编号可能为 ()
A. 5, 10, 15, 20 B. 2, 12, 22, 32 C. 2, 14, 26, 38 D. 5, 8, 31, 36

6. 函数 $f(x) = \log_2(4 + 3x - x^2)$ 的单调递减区间是 ()

A. $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right]$ B. $\left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$ C. $\left(-1, \frac{3}{2}\right]$ D. $\left[\frac{3}{2}, 4\right)$

7. 某校高三 (1) 班在一次单元测试中, 每位同学的考试分数都在区间 $[100, 128]$ 内, 将该班所有同学的考试分数分为七组: $[100, 104)$, $[104, 108)$, $[108, 112)$, $[112, 116)$, $[116, 120)$, $[120, 124)$, $[124, 128]$, 绘制出频率分布直方图如图所示, 已知分数低于 112

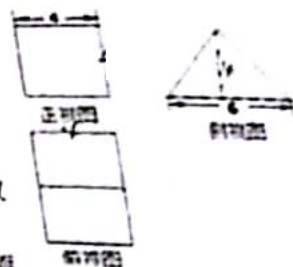


分的有 18 人，则分数不低于 120 分的人数为 ()

- A. 10 B. 12 C. 20 D. 40

8. 一个多面体的三视图如图所示，其中正视图是正方形，侧视图是等腰三角形，则该几何体的表面积是 ()

- A. 64 B. 76 C. 88 D. 112



9. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点为 F ，点 A 在双

曲线的渐近线上， $\triangle OAF$ 是边长为 2 的等边三角形 (O 为原点)，则双曲线的方程为 ()

- A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ B. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$ C. $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ D. $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$

10. 直线 $y = kx + 1$ 与曲线 $f(x) = a \ln x + b$ 相切于点 $P(1, 2)$ ，则 $2a + b =$ ()

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

11. F_1, F_2 分别是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点，过 F_2 作直线交椭圆

于 A, B 两点，已知 $AF_1 \perp BF_1$ ， $\angle ABF_1 = 30^\circ$ ，则椭圆的离心率为 ()

- A. $\sqrt{6} - \sqrt{3}$ B. $\sqrt{6} - \sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$

12. 若函数 $f(x) = \ln x$ 与函数 $g(x) = x^2 + 2x + a (x < 0)$ 有公切线，则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(1, +\infty)$ B. $(-1, +\infty)$ C. $\left(\ln \frac{1}{2e}, +\infty\right)$ D. $(-\ln 2, +\infty)$

二. 填空题：(本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分)

13. 复数 $\frac{3-i}{1+i} =$ _____.

14. 甲、乙、丙三位同学被问到是否去过 A, B, C 三个城市时，

甲说：我去过的城市比乙多，但没去过 B 城市； 乙说：我没去过 C 城市；

丙说：我们三人去过同一城市； 由此可判断乙去过的城市为 _____.

15. 设函数 $f(x) = \frac{(x+1)^2 + \sin x}{x^2 + 1}$ ，若 $f(-a) = M, f(a) = m$ ，则 $M + m =$ _____.

16. 函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbb{R} ， $f(0) = 2$ ，对任意 $x \in \mathbb{R}$ ， $f(x) + f'(x) > 1$ ，则不等式 $e^x \cdot f(x) > e^x + 1$ 的解集为 _____.

三. 解答题: (本大题共 6 小题, 共 70 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (12 分) 已知 $a > 0, a \neq 1$, 设 P : 函数 $y = a^x$ 在 \mathbb{R} 上单调递减; Q : 函数 $y = x^2 + (2a - 3)x + a^2$ 的图象与 x 轴至少有一个交点. 如果 P 与 Q 有且只有一个正确, 求 a 的取值范围.

18. (12 分) 某车间为了规定工时定额, 需要确定加工零件所花费的时间, 为此做了 4 次试验, 得到数据如下:

零件的个数 x (个)	2	3	4	5
加工的时间 y (小时)	2.5	3	4	4.5

- (1) 求 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y} = bx + a$;

- (2) 试预测加工 10 个零件需要的时间.

19. (12 分) 学校组织高考组考工作, 为了搞好接待组委会招募了 16 名男志愿者和 14 名女志愿者, 调查发现, 男、女志愿者中分别有 10 人和 6 人喜爱运动, 其余不喜爱.

	喜爱运动	不喜爱运动	总计
男	10		16
女	6		14
总计			30

- (1) 根据以上数据完成以下 2×2 列联表: 并根据列联表的独立性检验, 能否在犯错误的概率不超过 0.10 的前提下认为性别与喜爱运动有关?

- (2) 如果从喜欢运动的女志愿者中 (其中恰有 4 人会外语), 抽取 2 名负责翻译工作, 则抽出的志愿者中 2 人恰有一人胜任翻译工作的概率是多少?

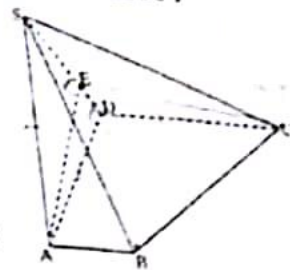
$$K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, \text{ 其中 } n = a+b+c+d.$$

参考公式:

参考数据:

$P(K^2 \geq k_\alpha)$	0.40	0.25	0.10	0.010
k_α	0.708	1.323	2.706	6.635

20. (12分). 如图, 在四棱锥 $S-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是直角梯形, AD 垂直于 AB 和 DC , 侧棱 $SA \perp$ 底面 $ABCD$, 且 $SA = 2$, $AD = DC = 1$. 点 E 在 SD 上, 且 $AE \perp SD$.



- (1) 证明: $AE \perp SC$; (2) 求三棱锥 $B-ECD$ 的体积.

21. (12分) 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = f'(1)e^{x-1} - f(0)x + \frac{1}{2}x^2$:

- (1) 求 $f(x)$ 的解析式及单调区间;
(2) 若 $f(x) \geq \frac{1}{2}x^2 + ax + b$, 求 $(a+1)b$ 的最大值.

22, 23 两题任选作一题

22. 选修 4-4: 坐标系与参数方程 (10 分)

在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = \sqrt{5} - t \end{cases}$ (t 为参数). 在极坐标系

(与直角坐标系 xOy 取相同的长度单位, 且以原点 O 为极点, 以 x 轴正半轴为极轴) 中, 圆 C 的方程为 $\rho = 2\sqrt{5} \sin \theta$.

- (1) 求直线 l 和圆 C 的直角坐标方程;
(2) 设圆 C 与直线 l 交于点 A 、 B , 若点 P 的坐标为 $(3, \sqrt{5})$,

求 $|PA| + |PB|$.

23. 选修 4-5: 不等式选讲 (10 分)

(本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式

已知函数 $f(x) = |x+2| - 2|x-1|$

- (1) 解不等式 $f(x) \geq -2$;

(2) 对任意 $x \in [a, +\infty)$, 都有 $f(x) \leq x - a$ 成立, 求实数 a 的取值范围.