绍兴一中 2018 学年第二学期期中考试
高一年级（4-16 班）数学试卷
参考答案

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	B	A	D	B	B	A	C	A	C

二、填空题（本大题共 7 小题，单空题每题 3 分，多空题每题 4 分，共 24 分.）

11. 2 或 $2\sqrt{5}$　　12. $\frac{3}{22}$　　13. $\frac{2}{5}$　　14. $a_n=n$， $\frac{2019}{1010}$

15. ①④⑤。　　16. $\frac{17}{25}$， $-\frac{3}{25}$　　17. 0， $(\frac{\sqrt{5}-1}{2},\frac{\sqrt{5}+1}{2})$

三、解答题（本大题共 4 小题，共 46 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

18[解析]　（I）$a\cdot b$＝cos23°·sin22°＋cos67°·cos22°

＝cos23°·sin22°＋sin23°·cos22°＝sin45°…………3 分

$=\frac{\sqrt{2}}{2}$. …………4 分

（II）由向量 b 与向量 m 共线知存在实数 λ，使 $m=\lambda b$,

∴$u=a+m=a+\lambda b$

＝(cos23°＋λsin22°，sin23°＋λcos22°)，

$|u|^2=[\sqrt{(\cos23°+\lambda\sin22°)^2+(\sin23°+\lambda\cos22°)^2}]^2$

$=[\sqrt{1+\lambda^2+2\lambda(\sin20°\cos23°+\cos22°\sin23°)}]^2$

$=\lambda^2+\sqrt{2}\lambda+1=\left(\lambda+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\frac{1}{2}$，…………7 分

∴当 $\lambda=-\frac{\sqrt{2}}{2}$时，$|u|$有最小值$\frac{\sqrt{2}}{2}$.　…………8 分

19[解析]　（I）由条件得 $4[1+\cos(B+C)]+2\cos2A=1$. …………1 分

∴$4(1-\cos A)+4\cos^2A-2=1$，…………2 分

∴$(2\cos A-1)^2=0$，∴$\cos A=\frac{1}{2}$，…………3 分

∵0°<A<180°，∴A＝60°. …………4 分

（II）由余弦定理得，$\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{1}{2}$，化简并整理得$(b+c)^2-a^2=3bc$，

将 $a=\sqrt{3}$，$b+c=3$ 代入上式，得 $bc=2$. …………6 分

联立 $b+c=3$ 与 $bc=2$，解得 $b=1$，$c=2$ 或 $b=2$，$c=1$.

$\dfrac{c}{b}=2$ 或 $\dfrac{1}{2}$. …………8 分

20[解析]（1）由 $a_n=(\frac{1}{4})^n(n\in N^*)$ 得，$b_1=3\log_{\frac{1}{4}}a_1-2=1$……………………1 分

$\because b_n=3\log_{\frac{1}{4}}a_n-2,$

$\therefore b_{n+1}-b_n=3\log_{\frac{1}{4}}a_{n+1}-3\log_{\frac{1}{4}}a_n=3\log_{\frac{1}{4}}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=3\log_{\frac{1}{4}}q=3$……………………3 分

$\therefore$数列$\{b_n\}$是首项$b_1=1$,公差$d=3$的等差数列……………………4 分

（II）由（I）知，$a_n=(\frac{1}{4})^n, b_n=3n-2(n\in N^*)$

$\therefore c_n=(3n-2)\times(\frac{1}{4})^n,(n\in N^*)$…………………………5 分

$\therefore S_n=1\times\frac{1}{4}+4\times(\frac{1}{4})^2+7\times(\frac{1}{4})^3+\cdots+(3n-5)\times(\frac{1}{4})^{n-1}+(3n-2)\times(\frac{1}{4})^n,$

于是$\frac{1}{4}S_n=1\times(\frac{1}{4})^2+4\times(\frac{1}{4})^3+7\times(\frac{1}{4})^4+\cdots+(3n-5)\times(\frac{1}{4})^n+(3n-2)\times(\frac{1}{4})^{n+1}$

两式相减得$\frac{3}{4}S_n=\frac{1}{4}+3[(\frac{1}{4})^2+(\frac{1}{4})^3+\cdots+(\frac{1}{4})^n]-(3n-2)\times(\frac{1}{4})^{n+1}$

$=\frac{1}{2}-(3n+2)\times(\frac{1}{4})^{n+1}.$

$\therefore S_n=\frac{2}{3}-\frac{12n+8}{3}\times(\frac{1}{4})^{n+1}(n\in N^*)$……………………9 分

21. [解析]（I）$\overrightarrow{OA}=(1,2),\overrightarrow{OB}=(-2,1)$，$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=(-1,3)$……………………1 分

$\overrightarrow{OD}=\lambda(-1,3)=(-\lambda,3\lambda)$……………………2 分

$\overrightarrow{OD}\cdot(\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB})=-10$ 即 $\overrightarrow{OD}\cdot(2\overrightarrow{DO}+\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})=-10$

即 $-2\overrightarrow{OD}^2+\overrightarrow{OD}\cdot(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})=-10$ $\quad\therefore -20\lambda^2+10\lambda=-10$…………4 分

$\therefore 2\lambda^2-\lambda-1=0$, 可得 $\lambda=-\frac{1}{2}$或$\lambda=1$ …………5 分

（II）$(-\infty,-6)\cup\left(-6,\frac{3}{2}\right)$…………9 分，注：此处−6 不除掉扣 2 分

22[解析]（I）由$S_3+a_3=1$，得$a_1+a_2+2a_3=1$①.

再由$a_2+\frac{1}{16}$是a_1，a_3的等差中项，得$a_1+a_3=2(a_2+\frac{1}{16})$，

即$a_1+a_3-2a_2=\frac{1}{8}$②. …………1 分

由①②，得$a_1+a_2+2a_3=8(a_1+a_3-2a_2)$，

即$6a_3-17a_2+7a_1=0$，亦即$6q^2-17q+7=0$，

解得$q=\frac{1}{2}$或$\frac{7}{3}$，又$q\in(0,1)$，故$q=\frac{1}{2}$. …………2 分

代入①，得$a_1=\frac{1}{1+q+2q^2}=\frac{1}{2}$，

所以$a_n=a_1\cdot q^{n-1}=\frac{1}{2}\cdot(\frac{1}{2})^{n-1}=(\frac{1}{2})^n$，

即$a_n=\frac{1}{2^n}(n\in\mathbf{N}^*)$； …………4 分

（II）$b_1+b_2+\cdots+b_{2019}=b_1+\left(b_2+b_3\right)+\left(b_4+b_5\right)+\cdots+\left(b_{2018}+b_{2019}\right)=b_1+a_2+a_4+\cdots+a_{2018}$

$=1+\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+\cdots+\frac{1}{4^{1009}}=\frac{4}{3}\left(1-\frac{1}{4^{1010}}\right)$…………8 分

（III）设存在 s，p，$r\in N^*$，且 s<p<r,使c_S，c_p，c_r成等差数列，

$\therefore 2c_p=c_s+c_r$ …………9 分

即 $2(3\cdot 2^p-3)=(3\cdot 2^s-3)+(3\cdot 2^r-3)$

$\therefore 2^{p+1}=2^s+2^r \quad \therefore 2^{p-s+1}=1+2^{r-s}$ （*） …………10 分

因为 s、p、$r\in N^*$ 且$s<p<r$ $\therefore 2^{p-2+1}$、2^{r-s}为偶数

1+2^{r-s}为奇数，（*）式产生矛盾．所以这样的三项不存在．…………12 分