

# 郑州一中 2018—2019 学年下期中考

## 21 届 高一数学答案

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	C	D	D	C	C	B	A	B	B	B	D

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 57

14. 12

15. 0

16. ②④

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. 解：由已知条件②处应为  $s=s+\frac{1}{k(k+1)}$ ，③处为  $k=k+1$ ，

按照程序框图依次执行程序： $s=0$ ， $k=1$  判断框内条件是，

$s=\frac{1}{1 \times 2}$ ， $k=2$  判断框内条件是，

$s=\frac{1}{1 \times 2}+\frac{1}{2 \times 3}$ ， $k=3$ ，判断框内条件是，

以此类推， $s=\frac{1}{1 \times 2}+\frac{1}{2 \times 3}+\frac{1}{3 \times 4}+\dots+\frac{1}{99 \times 100}$ .

此时  $k$  应为 100，①处为  $k \leq 99$ ? .....10 分

18. 解：(1)785,667,199.....2 分

$$(2) \textcircled{1} \frac{7+9+a}{100} = 30\%,$$

所以  $a=14$ ； $b=100-30-(20+18+4)-(5+6)=17$ .....6 分

$$\textcircled{2} a+b=100-(7+20+5)-(9+18+6)-4=31,$$

因为  $a \geq 10$ ， $b \geq 12$ ，

所以  $a, b$  的搭配：(10,21)，(11,20)，(12,19)，(13, 14)，(14, 15)，(15,16)，(16,15)，(17, 14)，(18, 13)，(19, 12)，共有 10 种，

设  $a \geq 10$ ， $b \geq 12$  时，数学成绩优秀的人数比及格的人数少为事件  $A$ ，

事件  $A$  包括：(10,21)，(11,20)，(12,19)，...，(15,16)，共有 6 个基本事件；

$$P(A) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5},$$

数学成绩优秀的人数比及格的人数少的概率为  $\frac{3}{5}$  .....12 分

$$19. (1) \text{原式} = \frac{-\sin\alpha - \cos\alpha}{-\cos\alpha + \sin\alpha} = \frac{-\frac{\sqrt{10}}{10} - \frac{3\sqrt{10}}{10}}{-\frac{3\sqrt{10}}{10} + \frac{\sqrt{10}}{10}} = 2. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$(2) \text{原式} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \frac{\tan^2 \alpha + 1 + 2 \tan \alpha}{\tan^2 \alpha - 1}$$

$$= -\frac{1}{3} \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

20. 解: (1)第六组的频率为  $\frac{4}{50} = 0.08$ , 所以第七组的频率为

$$1 - 0.08 - 5 \times (0.008 \times 2 + 0.016 + 0.04 \times 2 + 0.06) = 0.06. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2)身高在第一组[155,160)的频率为  $0.008 \times 5 = 0.04$ ,

身高在第二组[160,165)的频率为  $0.016 \times 5 = 0.08$ ,

身高在第三组[165,170)的频率为  $0.04 \times 5 = 0.2$ ,

身高在第四组[170,175)的频率为  $0.04 \times 5 = 0.2$ ,

由于  $0.04 + 0.08 + 0.2 = 0.32 < 0.5$ ,  $0.04 + 0.08 + 0.2 + 0.2 = 0.52 > 0.5$ ,

估计这所学校的 800 名男生的身高的中位数为  $m$ , 则  $170 < m < 175$ .

由  $0.04 + 0.08 + 0.2 + (m - 170) \times 0.04 = 0.5$ ,

得  $m = 174.5$ , 所以可估计这所学校的 800 名男生的身高的中位数为 174.5.

由直方图得后三组频率为  $0.08 + 0.06 + 0.008 \times 5 = 0.18$ ,

所以身高在 180 cm 以上(含 180 cm)的人数为  $0.18 \times 800 = 144$ . ..... 6 分

(3)第六组[180,185)的人数为 4, 设为  $a, b, c, d$ , 第八组[190,195]的人数为 2,

设为  $A, B$ , 则从中选两名男生有  $ab, ac, ad, bc, bd, cd, aA, bA, cA, dA, aB, bB, cB, dB, AB$ , 共 15 种情况.

因事件  $E = \{|x - y| \leq 5\}$  发生当且仅当随机抽取的两名男生在同一组, 所以事

件  $E$  包含的基本事件为  $ab, ac, ad, bc, bd, cd, AB$  共 7 种情况,

$$\text{故 } P(E) = \frac{7}{15}.$$

$$\text{由于 } |x-y|_{\max} = 195 - 180 = 15,$$

所以事件  $F = \{|x-y| > 15\}$  是不可能事件,  $P(F) = 0$ .

由于事件  $E$  和事件  $F$  是互斥事件,

$$\text{所以 } P(E+F) = P(E) + P(F) = \frac{7}{15} \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

21. 解: (1) 根据 A、B、C 抽到的三个学生的数据, 求得相应的相关系数分别

$$\text{A 类: } \bar{x} = 3, \bar{y} = -81; \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = -81, \text{ 所以 } r \approx \frac{-81}{180} = -0.45$$

$$\text{B 类: } \bar{x} = 3, \bar{y} = 89; \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 15, \text{ 所以 } r \approx \frac{15}{60} = 0.25$$

$$\text{C 类: } \bar{x} = 3, \bar{y} = 98; \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 62, \text{ 所以 } r \approx \frac{62}{63} \approx 0.98$$

从上述所求相关系数可知, 从 C 类学生抽到的学生的成绩最稳定.....6 分

$$(2) \hat{a} = 98 - 6.2 \times 3 = 79.4 \text{ 所以 } \hat{y} = 6.2x + 79.4$$

$$\text{当 } x = 10 \text{ 时, } \hat{y} = 141.4, \text{ 所以预测第 10 次的成绩为 } 141.4 \text{ 分} \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

22. 解: 解: (1) 设该函数为  $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi) + B (A > 0, \omega > 0, 0 < |\varphi| < \pi)$ , 根据条

件①, 可知这个函数的周期是 12; 由②可知,  $f(2)$  最小,  $f(8)$  最大, 且  $f(8)$

$-f(2) = 400$ , 故该函数的振幅为 200; 由③可知,  $f(x)$  在  $[2, 8]$  上单调递增,

$$\text{且 } f(2) = 100,$$

$$\text{所以 } f(8) = 500.$$

$$\text{根据上述分析可得, } \frac{2\pi}{\omega} = 12,$$

$$\text{故 } \omega = \frac{\pi}{6}, \text{ 且 } \begin{cases} -A + B = 100, \\ A + B = 500, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} A = 200, \\ B = 300. \end{cases}$$

根据分析可知，当  $x=2$  时  $f(x)$  最小，

当  $x=8$  时  $f(x)$  最大，

故  $\sin\left(2 \times \frac{\pi}{6} + \varphi\right) = -1$ ，且  $\sin\left(8 \times \frac{\pi}{6} + \varphi\right) = 1$ .

又因为  $0 < |\varphi| < \pi$ ，故  $\varphi = -\frac{5\pi}{6}$ .

所以入住客栈的游客人数与月份之间的关系式为

$$f(x) = 200\sin\left(\frac{\pi}{6}x - \frac{5\pi}{6}\right) + 300. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

(2) 由条件可知， $200\sin\left(\frac{\pi}{6}x - \frac{5\pi}{6}\right) + 300 \geq 400$ ，化简，得

$$\sin\left(\frac{\pi}{6}x - \frac{5\pi}{6}\right) \geq \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2k\pi + \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{6}x - \frac{5\pi}{6} \leq 2k\pi + \frac{5\pi}{6}, \quad k \in \mathbf{Z},$$

解得  $12k + 6 \leq x \leq 12k + 10, \quad k \in \mathbf{Z}$ .

因为  $x \in \mathbf{N}^*$ ，且  $1 \leq x \leq 12$ ，故  $x = 6, 7, 8, 9, 10$ .

即只有 6, 7, 8, 9, 10 五个月份要准备 400 份以上的食物. ....12 分