林口四中2018～2019学年度第一学期高一期末考试·数学

参考答案、提示及评分细则

1. A　$\complement_{\mathbf{R}}A=\{x|x>1\}$，$(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=\{x|1<x<2\}$.

2. B

3. D　$x-1\geqslant 0$，$2-x>0$，$2-x\neq 1$，$\therefore 1<x<2$.

4. D　$x=-3$，$2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}=(-5,12)$，$|2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}|=13$.

5. C　$\dfrac{y}{\sqrt{3+y^2}}=-\dfrac{4}{5}$，$y=-4$，$\cos\alpha=\dfrac{3}{5}$，$\sin(\pi+2\alpha)=-\sin 2\alpha=\dfrac{24}{25}$.

6. A

7. A

8. B

9. C　$\because\alpha$ 是第三象限角，$\sin(\alpha-\dfrac{2\pi}{5})=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，$\therefore\cos(\alpha-\dfrac{2\pi}{5})=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

令 $\alpha-\dfrac{2\pi}{5}=\beta$，$\alpha=\beta+\dfrac{2\pi}{5}$，$\sin(\alpha-\dfrac{\pi}{15})=\sin(\beta+\dfrac{2\pi}{5}-\dfrac{\pi}{15})=\sin(\beta+\dfrac{\pi}{3})$

$=\sin\beta\cos\dfrac{\pi}{3}+\cos\beta\sin\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\sqrt{6}-3}{6}$

10. D　$f(-x)=\log_3(3^{-x}+1)-mx=f(x)$，$2mx=\log_3(3^{-x}+1)-\log_3(3^{x}+1)=\log_3 3^{-x}=-x$，$m=-\dfrac{1}{2}$，又偶函数 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上是增函数，所以由 $f(2x+3)<f(2m)$ 得 $-1<2x+3<1$，$-2<x<-1$.

11. $-\dfrac{3}{5}$　$\sin\alpha(\cos\alpha-\sin\alpha)=\dfrac{\sin\alpha\cos\alpha-\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}=\dfrac{\tan\alpha-\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha}=\dfrac{3-9}{1+9}=-\dfrac{3}{5}$.

12. $\dfrac{26}{3}$　$x=\log_2 3$，$2^x=3$，$2^{-x}=\dfrac{1}{3}$，$4^x=9$，$4^x-2^{-x}=\dfrac{26}{3}$.

13. $\dfrac{15\pi}{2}$　$\dfrac{l}{r}=\dfrac{3\pi}{5}$，$l+2r=10+3\pi$，$\therefore l=3\pi$，$r=5\ \therefore S=\dfrac{1}{2}lr=\dfrac{15\pi}{2}$

14. $(-\infty,-1]\cup[2,+\infty)$　对 $x+2$，$2x$ 分大于1，等于1，小于1讨论，得 $x\geqslant 2$ 或 $x\leqslant -1$.

15. 解：(1)由 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 不共线，$\because\boldsymbol{m}\parallel\boldsymbol{n}$，$\therefore\boldsymbol{m}=\lambda\boldsymbol{n}$，$\therefore\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}=\lambda(3\boldsymbol{a}-k\boldsymbol{b})$，

$\therefore 1=3\lambda$，$3=-\lambda k$，$\therefore\lambda=\dfrac{1}{3}$，$k=-9$.　…………………………………………… 6分

(2)$\boldsymbol{m}=\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}=(1,-2)$，$\boldsymbol{n}=3\boldsymbol{a}-k\boldsymbol{b}=(-4,1)$，

$\therefore\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}=-6$，$|\boldsymbol{m}|=\sqrt{5}$，$|\boldsymbol{n}|=\sqrt{17}$，

$\therefore\cos\langle\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}\rangle=\dfrac{-6}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{17}}=-\dfrac{6\sqrt{85}}{85}$.　…………………………………………… 12分

16. 解：(1)当 $a>1$ 时，$f(x)$ 是增函数，$f(2)=\log_a 2=1$，$a=2$；

当 $0<a<1$ 时，$f(x)$ 是减函数，$f(\dfrac{1}{3})=\log_a\dfrac{1}{3}=1$，$a=\dfrac{1}{3}$；

所以 $a=\frac{1}{3}$ 或 $a=2$. ………………………………………………………………………………………… 6 分

(2)当函数 $f(x)$ 在定义域内是增函数时,$f(x)=\log_2 x$,

$g(x)=f(\frac{1}{2}+x)+f(\frac{1}{2}-x)=\log_2(\frac{1}{2}+x)+\log_2(\frac{1}{2}-x)$,

由 $\frac{1}{2}+x>0$,$\frac{1}{2}-x>0$ 得函数 $g(x)$ 的定义域为 $(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$,

因为 $g(-x)=\log_2(\frac{1}{2}-x)+\log_2(\frac{1}{2}+x)=g(x)$,所以 $g(x)$ 是偶函数,

因为 $g(x)=\log_2[(\frac{1}{2}+x)(\frac{1}{2}-x)]$,当 $-\frac{1}{2}<x<\frac{1}{2}$ 时,$0<(\frac{1}{2}+x)(\frac{1}{2}-x)\leqslant\frac{1}{4}$,

所以 $g(x)$ 的值域为 $(-\infty,-2]$. ………………………………………………………………………… 12 分

17. 解:(1) $f(x)=4\sin\frac{\omega x}{2}\left(\frac{1}{2}\sin\frac{\omega x}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\frac{\omega x}{2}\right)-1=2\left(\sin\frac{\omega x}{2}\right)^2-\sqrt{3}\sin\omega x-1=-\sqrt{3}\sin\omega x-\cos\omega x$

$=-2\sin(\omega x+\frac{\pi}{6})$, ………………………………………………………………………………………… 3 分

由 $-\frac{\pi}{12}\omega+\frac{\pi}{6}=k\pi(k\in\mathbf{Z})$,得 $\omega=2-12k$,又 $0<\omega<6$,则 $\omega=2$, …………………………… 5 分

所以 $f(x)$ 的最小正周期 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$. ………………………………………………………………… 6 分

(2)由 $-\frac{\pi}{12}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{3}$,得 $0\leqslant 2x+\frac{\pi}{6}\leqslant\frac{5\pi}{6}$,

所以 $-1\leqslant-\sin(2x+\frac{\pi}{6})\leqslant 0$,$-2\leqslant f(x)\leqslant 0$. …………………………………………………… 10 分

当 $x=\frac{\pi}{6}$ 时,$f(x)$ 取得最小值 -2,当 $x=-\frac{\pi}{12}$ 时,$f(x)$ 取得最大值 0. ………………………… 12 分

18. 解:(1)令 $t=\log_2 x(t\in\mathbf{R})$,则 $x=2^t$,$f(t)=2\times 2^t-2^{-t}$,

$\therefore f(x)=2\times 2^x-2^{-x}(x\in\mathbf{R})$. …………………………………………………………………… 3 分

任取 $x_1,x_2\in\mathbf{R}$,且 $x_1<x_2$,$\because f(x_2)-f(x_1)=2\times 2^{x_2}-2^{-x_2}-2\times 2^{x_1}+2^{-x_1}=2(2^{x_2}-2^{x_1})+\frac{2^{x_2}-2^{x_1}}{2^{x_1+x_2}}=$

$(2^{x_2}-2^{x_1})(2+\frac{1}{2^{x_1+x_2}})$,

$\because x_1<x_2$,$\therefore 2^{x_1}<2^{x_2}$,$2^{x_2}-2^{x_1}>0$,$2^{x_1+x_2}>0$,$\therefore f(x_2)-f(x_1)>0$,

即 $f(x_2)>f(x_1)$. $\therefore f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数. ……………………………………………………… 7 分

(2)不等式化为 $f(3t-1)>f(-t+5)$.

$\because f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数,$\therefore 3t-1>-t+5$,$\therefore t>\frac{3}{2}$,

$\therefore t$ 的取值范围为 $(\frac{3}{2},+\infty)$. ………………………………………………………………………… 14 分