西城区高三统一测试

数　学(文科)

2019.4

本试卷分第Ⅰ卷和第Ⅱ卷两部分，第Ⅰ卷1至2页，第Ⅱ卷3至5页，共150分。考试时长120分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

$\frac{(1-i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} = \frac{2+i-2i-i^2}{4-i^2} = \frac{2-i+1}{4+1} =$

第Ⅰ卷（选择题　共40分）

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

B 1. 设全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x\,|\,0<x<2\}$，$B=\{-3,-1,1,3\}$，则集合 $(\complement_U A)\cap B=$

$x\le 0$ 或 $x\ge 2$

(A) $\{-3,-1\}$　　(B) $\{-3,-1,3\}$　　(C) $\{1,3\}$　　(D) $\{-1,1\}$

D 2. 若复数 $z=\frac{1-i}{2-i}$，则在复平面内 z 对应的点位于

$\frac{(1-i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} = \frac{2+i-2i-i^2}{4-i^2} = \frac{-i+3}{5} = \frac{3}{5}-$

(A) 第一象限　　(B) 第二象限　　(C) 第三象限　　(D) 第四象限

C 3. 下列函数中，值域为 $\mathbf{R}$ 且在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增的是

(A) $y=x^2+2x$　　(B) $y=2^{x+1}$　　(C) $y=x^3+1$　　(D) $y=(x-1)|x|$

D 4. 执行如图所示的程序框图，则输出的 k 值为

(A) 4

(B) 5

(C) 7

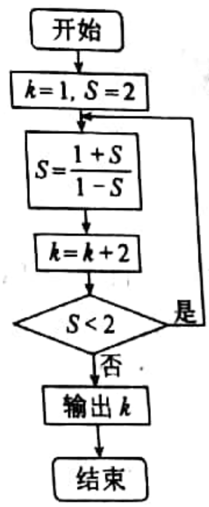
(D) 9

$S=\frac{1+2}{1-2}=-2$　　$S=\frac{1-2}{1+2}=-\frac{1}{3}$

$k=3$　　$k=5$

$S=\frac{1-\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}}=\frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{3}}=\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}=\frac{1}{2}$

$k=7$



5. 在△ABC 中，已知 $a=2$，$\sin(A+B)=\frac{1}{3}$，$\sin A=\frac{1}{4}$，则 $c=$

(A) 4　　(B) 3　　(C) $\frac{8}{3}$　　(D) $\frac{4}{3}$

6. 设 a，b，m 均为正数，则“$b>a$”是“$\frac{a+m}{b+m}>\frac{a}{b}$”的

(A) 充分而不必要条件　　(B) 必要而不充分条件

(C) 充要条件　　(D) 既不充分也不必要条件

7. 如图，阴影表示的平面区域 W 是由曲线 $x-y=0$ 和 $x^2+y^2=2$ 所围成的，若点

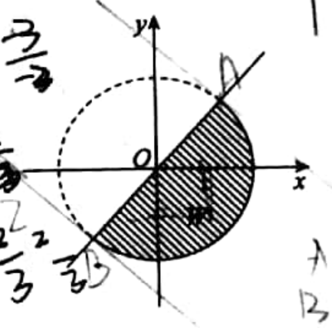
$P(x, y)$ 在 W 内（含边界），则 $z=4x+3y$ 的最大值和最小值分别为

(A) $5\sqrt{2}$，-7

(B) $5\sqrt{2}$，$-5\sqrt{2}$

(C) 7，$-5\sqrt{2}$

(D) 7，-7



8. 如果把一个平面区域内两点间的距离的最大值称为此区域的直径，那么曲线 $|y|=2-$

围成的平面区域的直径为

(A) 2　　(B) 4

(C) $2\sqrt{2}$　　(D) $2\sqrt{6}$

第Ⅱ卷（非选择题　共 110 分）

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分．

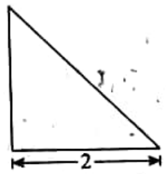
9．设向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=3$，$\langle \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}\rangle=60^\circ$，则 $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=$ 7 ．

10．设 F_1，F_2 为双曲线 C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的两个焦点，若双曲线 C 的两个顶点恰好将线段 F_1F_2 三等分，则双曲线 C 的离心率为 3 ．

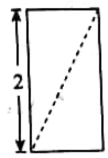
11．能说明"在 $\triangle ABC$ 中，若 $\sin 2A=\sin 2B$，则 $A=B$"为假命题的一组 A，B 的值是

$A=\frac{\pi}{6}$　$B=\frac{\pi}{3}$

12．某四棱锥的三视图如图所示，那么该四棱锥的体积为 $\frac{4}{3}$ ．



正(主)视图



侧(左)视图

俯视图

13．设函数 $f(x)=\begin{cases}\ln(x+2), & x\geqslant -1,\\ -2x-4, & x<-1.\end{cases}$ 当 $f(a)=-1$ 时，$a=$ $-\frac{3}{2}$ ；如果对于任意的 $x\in\mathbf{R}$ 都有 $f(x)\geqslant b$，那么实数 b 的取值范围是 $(-\infty,-2]$ ．

14．团体购买公园门票，票价如下表：

购票人数	1～50	51～100	100 以上
门票价格	13 元/人	11 元/人	9 元/人

现某单位要组织其市场部和生产部的员工游览该公园，这两个部门的人数分别为 a 和 b（$a\geqslant b$）．若按部门作为团体，选择两个不同的时间分别购票游览公园，则共需支付门票费为 1290 元；若两个部门合在一起作为一个团体，同一时间购票游览公园，则需支付门票费为 990 元，那么这两个部门的人数 $a=$ ＿＿＿，$b=$ ＿＿＿．

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

15.（本小题满分 13 分）

已知函数 $f(x)=\sin x(\cos x-\sqrt{3}\sin x)$.

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的最小正周期；

（Ⅱ）求函数 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{12}]$ 上的最小值和最大值.

16.（本小题满分 13 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=n(n+1)+2$，其中 $n\in\mathbf{N}^*$.

（Ⅰ）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）若 a_2，a_{k+2}，$a_{3k+2}(k\in\mathbf{N}^*)$ 为等比数列 $\{b_n\}$ 的前三项，求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式.

17.（本小题满分 13 分）

为培养学生的阅读习惯，某校开展了为期一年的“弘扬传统文化，阅读经典名著”活动. 活动后，为了解阅读情况，学校统计了甲、乙两组各 10 名学生的阅读量（单位：本），统计结果用茎叶图表示如下，乙组记录中有一个数据模糊，无法确认，在图中以 a 表示.

甲		乙
8 6 2 1	0	1 2 4 4
7 2 2 1 0	1	2 3 6 9 a
1	2	0

（Ⅰ）若甲组阅读量的平均值大于乙组阅读量的平均值，求图中 a 的所有可能取值；

（Ⅱ）将甲、乙两组中阅读量超过 15 本的学生称为“阅读达人”. 设 $a=3$，现从所有的“阅读达人”里任取 2 人，求至少有 1 人来自甲组的概率；

（Ⅲ）记甲组阅读量的方差为 s_0^2. 若在甲组中增加一个阅读量为 10 的学生，并记新得到的甲组阅读量的方差为 s_1^2，试比较 s_0^2，s_1^2 的大小.（结论不要求证明）

（注：$s^2=\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]$，其 $\bar{x}$ 中为数据 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 的平均数）

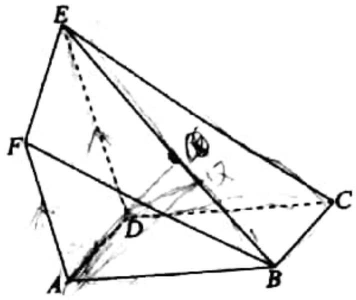
18.（本小题满分 14 分）

如图，在多面体 $ABCDEF$ 中，底面 $ABCD$ 为矩形，侧面 $ADEF$ 为梯形，$AF /\!/ DE$，$DE \perp AD$，$DC = DE$.

（Ⅰ）求证：$AD \perp CE$；

（Ⅱ）求证：$BF /\!/$ 平面 CDE；

（Ⅲ）判断线段 BE 上是否存在点 Q，使得平面 $ADQ \perp$ 平面 BCE？并说明理由.



19.（本小题满分 13 分）

$f(-x)=f(x)$

设函数 $f(x) = me^x - x^2 + 3$，其中 $m \in \mathbf{R}$.

（Ⅰ）当 $f(x)$ 为偶函数时，求函数 $h(x) = xf(x)$ 的极值；

（Ⅱ）若函数 $f(x)$ 在区间 $[-2, 4]$ 上有两个零点，求 m 的取值范围.

$x^2+4($

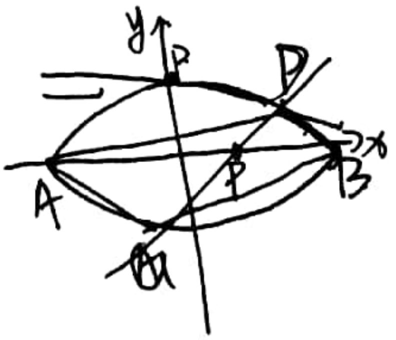
20.（本小题满分 14 分）

已知椭圆 W：$\dfrac{x^2}{4m} + \dfrac{y^2}{m} = 1$ 的长轴长为 4，左、右顶点分别为 A，B. 经过点 $P(1, 0)$ 的动直线与椭圆 W 相交于不同的两点 C，D（不与点 A，B 重合）.

（Ⅰ）求椭圆 W 的方程及离心率；

（Ⅱ）求四边形 $ACBD$ 面积的最大值；

（Ⅲ）若直线 CB 与直线 AD 相交于点 M，判断点 M 是否位于一条定直线上？若是，写出该直线的方程.（结论不要求证明）



$2a=4$

$a=2$

$a^2=4$

$4m=4$

$m=1$

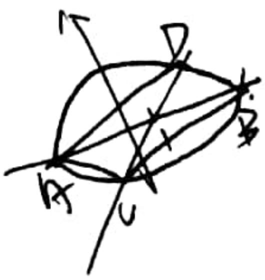
$b^2=1$

$y=kx+b$

$\cancel{k+b=0}$

$y=k(x-1)$

$y=kx-k$



$x^2+4(kx-k)^2=4$

$x^2+4(k^2x^2-2k^2x+k^2)$