2019年安庆市高三模拟考试（二模）

数学试题（文）

本试卷分为第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分. 考试时间120分钟.

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，有且只有一项符合题目要求.

1. 若集合 $M=\{x\,|\,x^2-3x+2\le 0\}$，$N=\{-2,-1,0,1,2\}$，则 $M\cap N=$ C

A. $\{1\}$　　B. $\{-2,-1\}$　　C. $\{1,2\}$　　D. $\{0,1,2\}$

2. 设 i 是虚数单位，则复数 $z=(1+i)(3-4i)$ 的模是 B.

A. 10　　B. $5\sqrt{2}$　　C. $2\sqrt{5}$　　D. $\sqrt{10}$

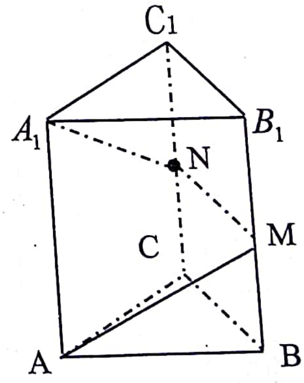
3. 已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，$a_2+a_4+a_6=12$，则 $S_7=$ B.

A．20　　B．28　　C．36　　D．4

4. 函数 $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x+1}, & -1<x<0\\ 2x, & x\ge 0\end{cases}$. 若实数 a 满足 $f(a)=f(a-1)$，则 $f(\frac{1}{a})=$ D.

A．2　　B．4　　C. 6　　D．8

5. 如图，正三棱柱 ABC—A₁B₁C₁ 的侧棱长为 a，底面边长为 b. 一只蚂蚁从点 A 出发沿每个侧面爬到 A_1，路线为 A→M→N→A_1，则蚂蚁爬行的最短路程是

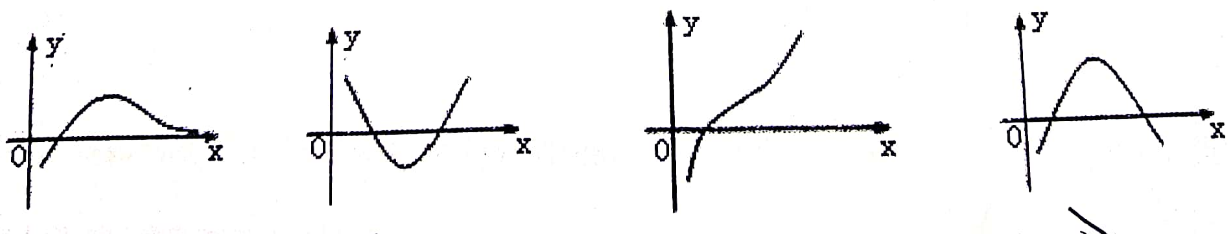


A. $\sqrt{a^2+9b^2}$　　B. $\sqrt{9a^2+b^2}$　　A

C. $\sqrt{4a^2+9b^2}$　　D. $\sqrt{a^2+b^2}$

6. 函数 $f(x)=\dfrac{\ln x^2}{\sqrt{x}}$ 的图象的大致形状是 C

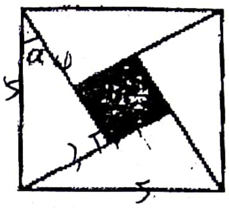
一个零点



A　　B　　C　　D

7. “勾股圆方图”是我国古代数学家赵爽设计的一幅用来证明勾股定理的图案，如图所示.在“勾股圆方图”中，四个相同的直角三角形与中间的小正方形拼成一个大正方形.若直角三角形中较小的锐角 α 满足 $\cos\alpha=\frac{4}{5}$，则从图中随机取一点，则此点落在阴影部分的概率是

D



$\frac{1}{25}$

A. $\frac{24}{25}$　　B. $\frac{16}{25}$

C. $\frac{9}{25}$　　D. $\frac{1}{25}$

8. 为了计算 $S=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{2019}-\frac{1}{2020}$，设计如图所示的程序框图，则在空白框中应填入

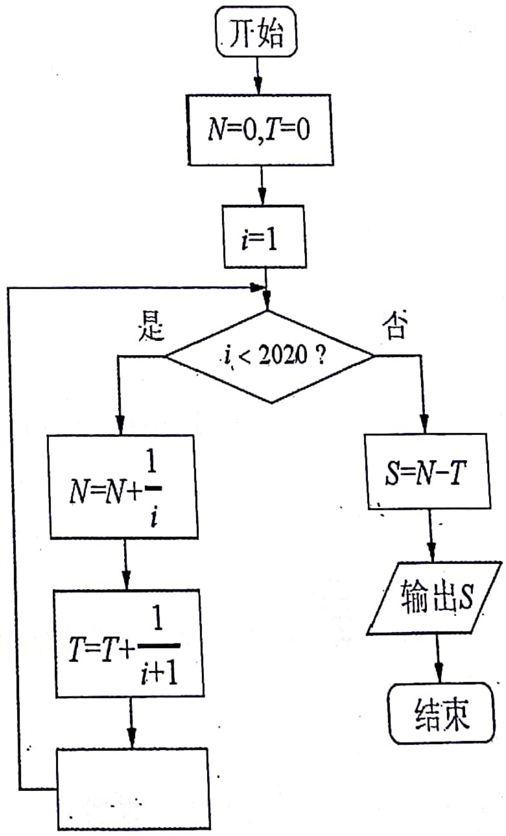
A B.

A. $i=i+1$

B. $i=i+2$

C. $i=i+3$

D. $i=i+4$



9. 若函数 $f(x)=4\sin x-2\cos 2x+m$ 在 R 上的最大值是3，则实数 $m=$

C

A. -6

B. -5

C. -3

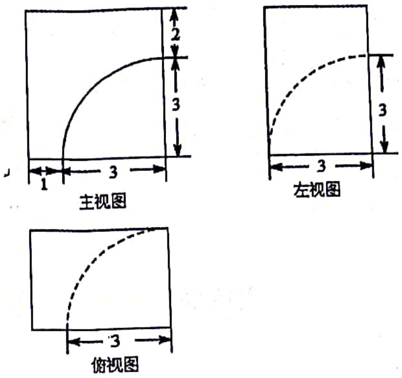
D. -2

10. 直线 l 是抛物线 $x^2=2y$ 在点 $(-2,2)$ 处的切线，点 P 是圆 $x^2-4x+y^2=0$ 上的动点，则点 P 到直线 l 的距离的最小值等于

C

A. 0　　B. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$　　C. $\frac{6\sqrt{5}}{5}-2$　　D. $\frac{6}{5}$

11. 如图是某个几何体的三视图，根据图中数据（单位：cm）求得该几何体的表面积是 D.



A. $(94-\frac{9}{4}\pi)cm^2$　　B. $(94-\frac{27}{4}\pi)cm^2$

C. $\left(94+\frac{9}{2}\pi\right)cm^2$　　D. $(94-\frac{9}{2}\pi)cm^2$

12. 将函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$ $\left(0<\omega<8,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的图象向左平移 $\frac{11\pi}{48}$ 个单位后得到函数 $g(x)$ 的图象，且函数 $f(x)$ 满足 $f\left(\frac{3\pi}{16}\right)+f\left(\frac{11\pi}{16}\right)=2$. 则下列命题中正确的是 B

A. 函数 $g(x)$ 图象的两条相邻对称轴之间距离为 $\frac{\pi}{2}$

B. 函数 $g(x)$ 图象关于点 $\left(\frac{5\pi}{24},0\right)$ 对称

C. 函数 $g(x)$ 图象关于直线 $x=\frac{7\pi}{12}$ 对称

D. 函数 $g(x)$ 在区间 $\left(0,\frac{5\pi}{24}\right)$ 内为单调递减函数

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，把答案填写在题中横线上.

13. 向量 $\vec{a}=(3,1)$ 与向量 $\vec{b}=(-1,2)$ 的夹角余弦值是 $\frac{\sqrt{2}}{10}$.

14. 若双曲线 $\frac{x^2}{a}-\frac{y^2}{4}=1$ 的一条渐近线方程是 $x-2y=0$，则此双曲线的离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

15. 设实数 x,y 满足不等式 $\begin{cases}x-y+2\geq 0\\x+4y-3\geq 0\\3x+2y-9\leq 0\end{cases}$，则函数 $z=2x+3y$ 的最大值为 11.

16. 在 ΔABC 中， $AB=1,BC=\sqrt{7},CA=3,$ O 为 ΔABC 的外心. 若 $\overrightarrow{OP}=m\cdot\overrightarrow{OB}+n\cdot\overrightarrow{OC}$，其中 $m,n\in[0,1]$. 则点 P 的轨迹所对应图形的面积是________.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 12 分）

已知等比数列$\{a_n\}$满足：$S_1=1$，$S_2=4$.

（Ⅰ）求$\{a_n\}$的通项公式及前n项和S_n；

（Ⅱ）设$b_n=\dfrac{1}{(n+1)\cdot\log_3 a_{n+1}}$，求数列$\{b_n\}$的前$n$项和$T_n$.

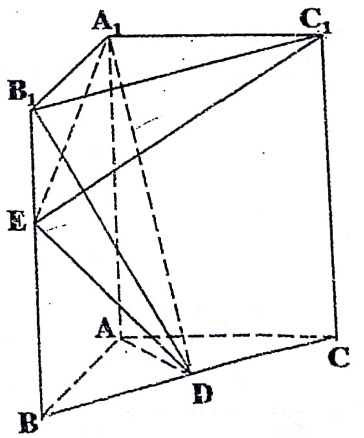
18.（本小题满分 12 分）

如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$\angle BAC=90^\circ$，$AA_1\perp$平面ABC，$AB=AC$，E是线段BB_1上的动点，D是线段BC的中点.

（Ⅰ）证明：$AD\perp C_1E$；

（Ⅱ）若$AB=2$，$AA_1=3\sqrt{2}$，且直线AC、C_1E所成角的余弦值为$\dfrac{1}{2}$，试指出点E在线段BB_1上的位置，并求三棱锥B_1-A_1DE的体积.

$\frac{2}{3}\sqrt{2}$



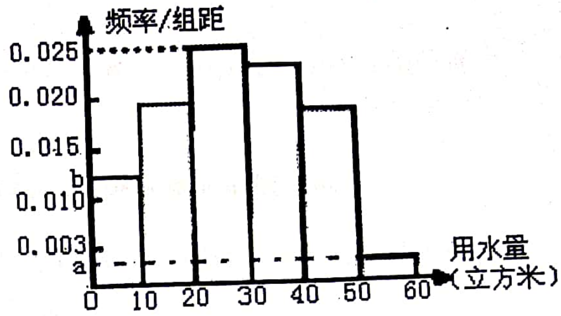
19.（本小题满分 12 分）

我们知道，地球上的水资源有限，爱护地球、节约用水是我们每个人的义务与责任.

某市政府为了对自来水的使用进行科学管理，节约水资源，计划确定一个家庭年用水量的标准．为此，对全市家庭日常用水量的情况进行抽样调查，获得了n个家庭某年的用

水量（单位：立方米），统计结果如下表所示.

分 组	频 数	频 率
[0，10)	25	0.125
[10，20)		0.19
[20，30)	50	
[30，40)		0.23
[40，50)		0.18
[50，60]	5	0.025



（Ⅰ）分别求出 n, a, b 的值；

（Ⅱ）若以各组区间中点值代表该组的取值，试估计全市家庭年均用水量；

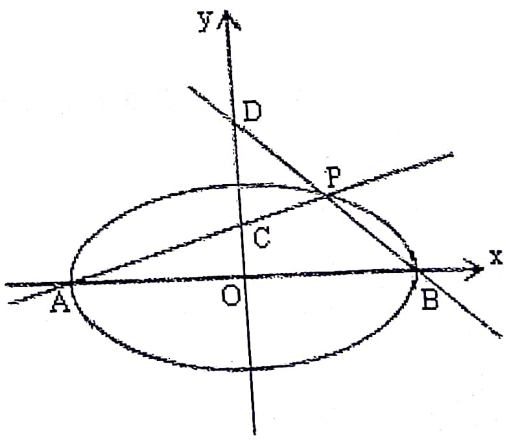
（Ⅲ）从样本中年用水量在 $[50,60]$（单位：立方米）的 5 个家庭中任选 3 个，作进一步的跟踪研究，求年用水量最多的家庭被选中的概率（5 个家庭的年用水量都不相等）.

20.（本小题满分 12 分）

如图，椭圆 $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右顶点分别为 A、B，离心率 $e=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$，长轴与短轴的长度之和为 10.

（Ⅰ）求椭圆 E 的标准方程；

（Ⅱ）在椭圆 E 上任取点 P（与 A、B 两点不重合），直线 PA 交 y 轴于点 C，直线 PB 交 y 轴于点 D，证明：$\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OD}$ 为定值.



21．（本小题满分 12 分）

设函数 $f(x)=x^2+4x+2$， $g(x)=te^x(f'(x)-2)$，其中 $t\in R$．函数 $f(x)$ 的图象在点 $A(-\frac{17}{8},f(-\frac{17}{8}))$ 处的切线与函数 $g(x)$ 的图象在点 $B(0,g(0))$ 处的切线互相垂直.

（Ⅰ）求 t 的值；

（Ⅱ）若 $kg(x)\geq 2f(x)$ 在 $x\in[-2,+\infty)$ 上恒成立，求实数 k 的取值范围.

请考生在第（22）、（23）题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22.（本小题满分 10 分）选修 4-4：坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=m-\sqrt{2}t\\y=\sqrt{5}+\sqrt{2}t\end{cases}$ （t 为参数）．以原点 O 为极点，以 x 轴非负半轴为极轴建立极坐标系，两坐标系取相同的长度单位. 圆 C 的方程为 $\rho=2\sqrt{5}\sin\theta$，l 被圆 C 截得的弦长为 $\sqrt{2}$．

（Ⅰ）求实数 m 的值；

（Ⅱ）设圆 C 与直线 l 交于点 A、B，若点 P 的坐标为 $(m,\sqrt{5})$，且 $m>0$，求 $|PA|+|PB|$ 的值.

23.（本小题满分 10 分）选修 4-5：不等式选讲

已知 $f(x)=2|x+1|+|2x-1|$.

（Ⅰ）解不等式 $f(x)>f(1)$；

（Ⅱ）若不等式 $f(x)\geqslant\frac{1}{m}+\frac{1}{n}$（$m>0$，$n>0$）对任意的 $x\in\mathrm{R}$ 都成立，

证明：$m+n\geq\frac{4}{3}$.