吉林省实验中学2018———2019学年度上学期

高二年级数学学科期末考试试题（理科）

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1、从装有2个红球和2个白球的口袋内任取2个球，那么互斥且不对立的两个事件是（　　）

A．p：至少有1个白球；q：都是白球

B．p：至少有1个白球；q：至少有1个红球

C．p：恰有1个白球；q：恰有2个白球

D．p：至少有1个白球；q：都是红球

2、对命题“$\exists x_0 \in R, x_0^2-2x_0+4\le 0$”的否定，正确的是（　　）

A．$\exists x_0 \in R, x_0^2-2x_0+4>0$　　B．$\forall x\in R, x^2-2x+4\le 0$

C．$\forall x\in R, x^2-2x+4>0$　　D．$\forall x\in R, x^2-2x+4\ge 0$

3、下表是降耗技术改造后生产甲产品过程中记录的产量x（吨）与相应的生产能耗y（吨标准煤）的几组对应数据，根据表中提供的数据，求出y关于x的线性回归方程为$\hat{y}=0.7x+0.35$，那么表中m的值为（　　）

x	3	4	5	6
y	2.5	m	4	4.5

A．4　　B．3.15　　C．4.5　　D．3

4、在区间[－1，1]上随机取一个数x，则$|x+1|<\frac{1}{2}$的概率为（　　）

A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{2}{3}$

5、从2018名学生中选取50名学生参加某一活动，若采用下面的方法选取：先用简单随机抽样从2018人中剔除18人，剩下的2000人再按系统抽样的方法抽取50人，则在这

2018 人中，每个人入选的概率 （　　）

A．不全相等　　B．均不相等

C．都相等，且为$\frac{50}{2018}$　　D．都相等，且为$\frac{50}{2000}$

6、为了配合创建全国文明城市的活动，我校现从 4 名男教师和 5 名女教师中，选取 3 人，组成创文明志愿者小组，若男女至少各有一人，则不同的选法共有 （　　）

A．140 种　　B．84 种　　C．70 种　　D．35 种

7、方程$x^2+ky^2=2$表示焦点在x轴上的椭圆的一个充分但不必要条件是

A．$k>0$　　B．$1<k<2$　　C．$k>1$　　D．$0<k<1$

8、长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB=AA_1=2$，$AD=1$，E为CC_1的中点，则异面直线BC_1与AE所成的角的余弦值为 （　　）

A．$\frac{\sqrt{10}}{10}$　　B．$\frac{\sqrt{30}}{10}$　　C．$\frac{2\sqrt{15}}{10}$　　D．$\frac{3\sqrt{10}}{10}$

9、设点M为抛物线C：$y^2=4x$的准线上一点（不同于准线与x轴的交点），过抛物线C的焦点F，且垂直于x轴的直线与C交于A、B两点，设MA、MF、MB的斜率分别为k_1、k_2、k_3，则$\frac{k_1+k_3}{k_2}$的值为 （　　）

A．2　　B．$2\sqrt{2}$　　C．4　　D．$4\sqrt{2}$

10、我国数学家陈景润在哥德巴赫猜想的研究中取得了世界领先的成果．哥德巴赫猜想是“每个大于 2 的偶数可以表示为两个素数的和”，如$30=7+23$．在不超过 30 的素数中，随机选取两个不同的数，其和等于 30 的概率是 （　　）

A．$\frac{1}{12}$　　B．$\frac{1}{14}$　　C．$\frac{1}{15}$　　D．$\frac{1}{18}$

11、若双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的一条渐近线被圆$(x-2)^2+y^2=4$所截得的弦长为$2\sqrt{3}$，则$C$的离心率为 （　　）

A．2　　B．$\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

12、已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，短轴长为2，过右焦点$F$且斜率为$k(k>0)$的直线与椭圆$C$相交于$A$、$B$两点．若$\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{FB}$，则$k=$　　（　　）

A．1　　　B．$\sqrt{2}$　　　C．$\sqrt{3}$　　　D．2

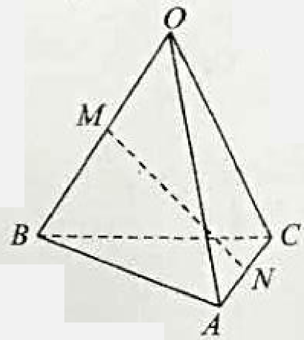
二、填空题（本大题有4小题，每小题5分，共20分）

13、二项式$\left(\sqrt{x}-\dfrac{2}{x}\right)^8$的展开式中，$x$的系数为__________．

14、右面的茎叶图记录了甲，乙两组各五名学生在一次英语听力测试中的成绩（单位：分）．已知甲组数据的平均数为17，乙组数据的中位数为17，则$x+y=$________．

甲组		乙组
9	0	9
x 2	1	5 y 8
7 4	2	4

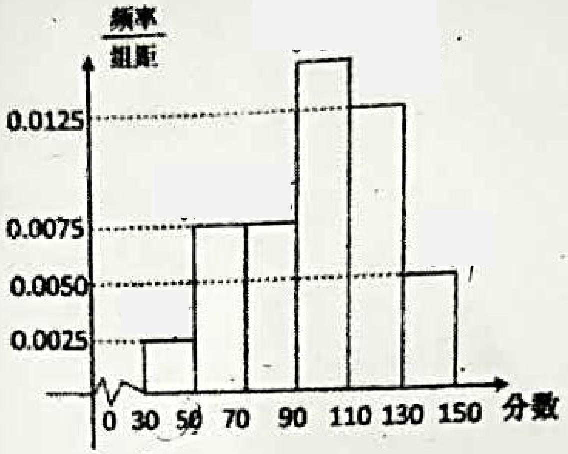
15、如图所示，空间四边形$OABC$中，点M为OA的中点，N为AC的中点．设$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$，若以向量$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{c}$为一组基底，则$\overrightarrow{MN}=$__________．



16、已知椭圆$C_1:\dfrac{x^2}{a_1^2}+\dfrac{y^2}{b_1^2}=1(a_1>b_1>0)$与双曲线$C_2:\dfrac{x^2}{a_2^2}-\dfrac{y^2}{b_2^2}=1(a_2>0,b_2>0)$有相同的焦点$F_1$、$F_2$，点$P$是两曲线的一个公共点，$e_1,e_2$分别是两曲线的离心率，若$PF_1\perp PF_2$，则$4e_1^2+e_2^2$的最小值为________．

三、解答题（本大题有 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17、（本小题满分 10 分）某市举行“中学生诗词大赛”，分初赛和复赛两个阶段进行，规定：初赛成绩大于 90 分的具有复赛资格．某校有 800 名学生参加了初赛，所有学生的成绩均在区间 $(30,150]$ 内，其频率分布直方图如图所示．



（Ⅰ）求初赛分数在区间 $[90,100)$ 内的频率；

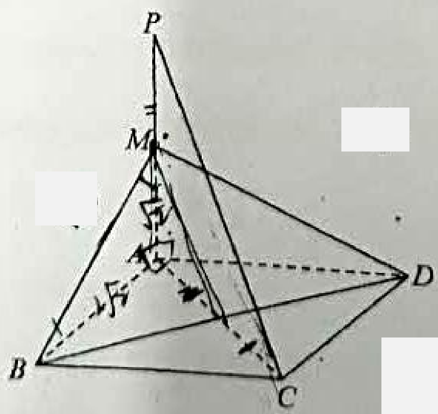
（Ⅱ）求获得复赛资格的人数；

（Ⅲ）据此直方图估算学生初赛成绩的平均数．

18．（本小题满分 12 分）如图，四边形 $ABCD$ 是矩形，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，M 为 PA 的中点．

（Ⅰ）求证：$PC\parallel$ 平面 BDM；

（Ⅱ）若 $PA=AB=2\sqrt{2}$，$BD=2\sqrt{3}$，求直线 BM 与平面 PAC 所成角的正弦值．



19.（本小题满分 12 分）某地区高考实行新方案，规定：语文、数学和英语是考生的必考科目，考生还须从物理，化学，生物，历史，地理和政治六个科目中选取三个科目作为选考科目．若一个学生从六个科目中选出了三个科目作为选考科目，则称该学生的选考方案确定；否则，称该学生选考方案待确定．例如，学生甲选择“物理、化学和生物”三个选考科目，则学生甲的选考方案确定，“物理、化学和生物”为其选考方案．

某学校为了解高一年级 420 名学生选考科目的意向，随机选取 30 名学生进行了一次调查，统计选考科目人数如下表：

性别	选考方案确定情况	物理	化学	生物	历史	地理	政治
男生	选考方案确定的有 8 人	8	8	4	2	1	1
	选考方案待确定的有 6 人	4	3	0	1	0	0
女生	选考方案确定的有 10 人	8	9	6	3	3	1
	选考方案待确定的有 6 人	5	4	1	0	0	1

（Ⅰ）估计该学校高一年级选考方案确定的学生中选考生物的学生有多少人?

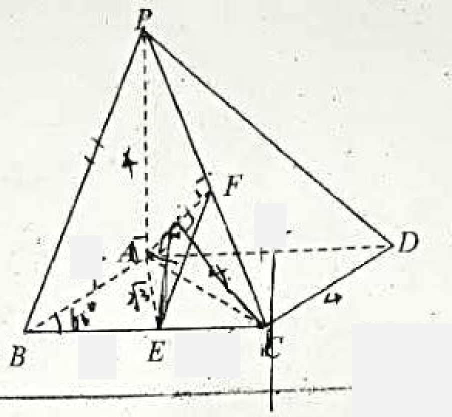
（Ⅱ）假设男生、女生选择选考科目是相互独立的．从选考方案确定的 8 位男生中随机选出 1 人，从选考方案确定的 10 位女生中随机选出 1 人，试求该男生和该女生的选考方案中都含有历史学科的概率；

（Ⅲ）从选考方案确定的 8 名男生中随机选出 2 名，设随机变量 $\xi=\begin{cases}1, & 2\text{名男生选考方案相同}\\ 2, & 2\text{名男生选考方案不同}\end{cases}$，求 $P(\xi=2)$．

20.（本小题满分 12 分）如图，已知四棱锥 $P-ABCD$，底面 $ABCD$ 是边长为 4 的菱形，$PA\perp$平面 $ABCD$，$\angle ABC=60°$，E、F 分别是 BC、PC 的中点．

（Ⅰ）求证：$AE\perp PD$；

（Ⅱ）若 $PA=4$，求二面角 $E-AF-C$ 的余弦值．



21．（本小题满分 12 分）已知动圆过定点 $P(2,0)$，且在 y 轴上截得的弦 MN 的长为 4．

（Ⅰ）求动圆圆心的轨迹 C 的方程；

（Ⅱ）过点 Q $\cancel{M}(1,0)$ 的直线 l 与曲线 C 交于 A、B 两点，线段 AB 的垂直平分线与 x 轴交于点 E（$x_0,0$），求 x_0 的取值范围．

22．（本小题满分 12 分）已知椭圆 $C:x^2+\dfrac{y^2}{9}=1$，直线 l 不

l 与 C 交于 A、B 两点，线段 AB 的中点为 M．

（Ⅰ）证明：直线 OM 的斜率与 l 的斜率的乘积为定值；

（Ⅱ）若 l 过点 $(1,3)$，延长线段 OM 与 C 交于点 P，四边形 $OAPB$ 能否为平行四边形？若能，求出 l 的方程；若不能，说明理由．