

金坛区 2018 年秋学期高二数学期末质量调研

文科数学试题

2019.1

(本部分满分 160 分, 考试时间 120 分钟)

注意事项:

1. 本试题由填空题和解答题两部分组成, 满分 160 分, 考试时间为 120 分钟.
 2. 答题前, 请务必将自己的校名、班级、姓名、学号填写在答题纸上规定的地方.
 3. 所有试题的答案均书写在答题纸指定的答题位置上, 否则答题无效.
- 一、填空题(本大题共 14 小题, 每小题 5 分, 共 70 分. 请把答案写在答题卷对应栏目)

1、抛物线 $x^2 = -4y$ 的焦点坐标为 ▲.

2、椭圆 $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{16} = 1$ 的两条准线方程是 ▲.

3、若复数 $z = (m+i)(2-mi)$ (其中 i 为虚数单位), 在复平面内

对应的点位于第二象限, 则实数 m 的取值范围是 ▲.

4、右图给出的伪代码运行结果 x 是 ▲.

```
i ← 1
x ← 4
While i < 10
  x ← x + i
  i ← i + 3
End While
Print x
```

第 4 题

5、若命题: $\exists x \in R, x^2 + 4mx + 1 < 0$ 为假命题, 则实数 m 的取值范围是 ▲.

6、某市的四个区共有 20000 名学生, 且四个区的学生人数之比为 3:2.8:2.2:2, 现要用分层抽样的方法从所有学生中抽取一个容量为 200 的样本, 那么在这 4 个区中, 抽取人数最多的与抽取人数最少的人数差是 ▲.

7、已知函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 且满足 $f(x) = e^x f'(1) + 3 \ln x$, 则 $f'(1) =$ ▲.

8、已知椭圆的中心点在原点, 焦点 F_1, F_2 在 x 轴上, 点 $P(2, -\sqrt{3})$ 是该椭圆上一点, 且线段 $|PF_1|, |F_1F_2|, |PF_2|$ 的长度依次构成等差数列, 则该椭圆的标准方程为 ▲.

9、已知函数 $f(x) = \cos x - \sin x$, 则函数图象在点 $P(0, f(0))$ 处切线的方程是 ▲.

10、已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的两条渐近线均和圆 $C: x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$ 相

切, 且双曲线的右焦点为圆 C 的圆心, 则该双曲线的方程为 ▲.

11、已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左右焦点分别是 $F_1(-1, 0), F_2(1, 0)$, 若直线

$x + y - 2 = 0$ 与椭圆 C 有公共点, 则椭圆 C 的离心率的最大值为 ▲.

12、已知直线 $y=t$ 分别与直线 $y=3x-8$ 和曲线 $y=2e^x+x$ 相交于点 M, N 两点, 则线段 MN 长度的最小值是 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

13、已知集合 $P=\{x|f(x)=0\}$, $Q=\{x|g(x)=0\}$, 若存在 $x_1 \in P, x_2 \in Q$, 使得 $|x_1-x_2|<n$, 则称函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 互为“ n 度零点函数”. 若 $f(x)=3^{2-x}-1$ 与 $g(x)=x^2-me^x$ 互为“2度零点函数”, 则实数 m 的取值范围是 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

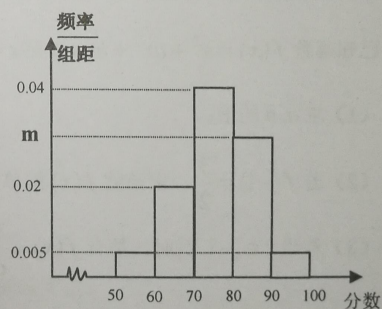
14、已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>b>0)$ 与双曲线 $C_2: \frac{x^2}{m^2} - \frac{y^2}{n^2} = 1 (m>0, n>0)$ 有公共的焦点 F_1 和 F_2 , 椭圆 C_1 和双曲线 C_2 的一个公共交点为 P , 且 $PF_1 \perp PF_2$, 若椭圆 C_1 的离心率记为 e_1 , 双曲线 C_2 的离心率为 e_2 , 则 $9e_1^2 + 3e_2^2$ 的最小值为 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

二、解答题: (本大题共 6 小题, 共计 90 分. 请把答案写在答题卡相应的位置上. 解答时应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.)

15、(本小题满分 14 分)

某校举行“我对祖国知多少”的知识竞赛网上答题, 高二年级共有 1200 名学生参加了这次竞赛. 为了解竞赛成绩情况, 从中抽取了 100 名学生的成绩进行统计. 其中成绩分组区间为 $[50, 60), [60, 70), [70, 80), [80, 90), [90, 100]$, 其频率分布直方图如图所示, 请你解答下列问题:

- (1) 求图中实数 m 的值;
- (2) 若成绩不低于 90 分的学生就能获奖, 问所有参赛学生中获奖的学生约为多少人;
- (3) 根据频率分布直方图, 估计这次平均分 (用组中值代替各组数据的平均值).



16、(本小题满分 14 分)

设椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>b>0)$ 的焦点为 $F_1(-\sqrt{3}, 0), F_2(\sqrt{3}, 0)$, 该椭圆过点 $(\sqrt{3}, \frac{1}{2})$.

- (1) 求椭圆 C 的标准方程和准线方程;
- (2) 若椭圆 C 上的点 $M(x_0, y_0)$ 满足 $MF_1 \perp MF_2$, 求三角形 MF_1F_2 的面积.

17、(本小题满分 14 分)

已知命题 p : 点 $M(1,3)$ 不在圆 $(x+m)^2 + (y-m)^2 = 16$ 的内部, 命题 q : “曲线

$C_1: \frac{x^2}{m^2} + \frac{y^2}{2m+8} = 1$ 表示焦点在 x 轴上的椭圆”, 命题 s : “曲线 $C_2: \frac{x^2}{m-t} + \frac{y^2}{m-t-1} = 1$

表示双曲线”.

- (1) 若 “ p 且 q ” 是真命题, 求实数 m 的取值范围;
- (2) 若 q 是 s 的必要不充分条件, 求实数 t 的取值范围.

18、(本小题满分 16 分)

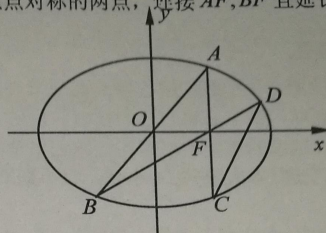
已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 在 $x=1$ 与 $x=-\frac{2}{3}$ 处时, 都取得极值.

- (1) 求 a, b 的值;
- (2) 若 $f(-1) = \frac{3}{2}$, 求函数 $f(x)$ 的单调区间和极值;
- (3) 若当 $x \in [-1, 2]$ 时, 都有 $f(x) < \frac{3}{c}$ 恒成立, 求实数 c 的取值范围.

19、(本小题满分 16 分)

如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$, 且过点

$(1, \frac{3}{2})$, F 为椭圆的右焦点, A, B 为椭圆上关于原点对称的两点, 连接 AF, BF 且延长后分别交椭圆于 C, D 两点.



(1) 求椭圆的标准方程;

(2) 若 $AF = FC$, 求 $\frac{BF}{FD}$ 的值;

(3) 设直线 AB, CD 的斜率分别为 k_1, k_2 ,

(第 19 题)

是否存在实数 t , 使得 $k_2 + tk_1 = 0$, 若存在, 求出实数 t 的值; 若不存在, 请说明理由.

20、(本小题满分 16 分)

已知函数 $f(x) = \ln x, g(x) = x^2 - x - m$.

(1) 求过点 $P(0, -1)$ 的函数 $f(x)$ 的切线方程;

(2) 当 $m = 0$ 时, 求函数 $F(x) = f(x) - g(x)$ 在 $(0, a]$ 上的最大值;

(3) 证明: 当 $m \geq -3$ 时, 不等式 $f(x) + g(x) < x^2 - (x-2)e^x$ 对任意 $x \in [\frac{1}{2}, 1]$ 均成立 (其中 e 为自然对数的底数, $e = 2.718\cdots$).