

姓名\_\_\_\_\_ 准考证号\_\_\_\_\_

(在此卷上答题无效)

绝密★启用前

2018 年下学期高二年级期末考试

## 理科数学

本试卷共 4 页。全卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。

3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设命题  $p: \exists x_0 \in (0, +\infty), x_0^2 \leq x_0 - 2$ , 则  $\neg p$  为

A.  $\exists x_0 \in (0, +\infty), x_0^2 > x_0 - 2$

B.  $\forall x \in (0, +\infty), x^2 \leq x - 2$

C.  $\exists x_0 \in (0, +\infty), x_0^2 \geq x_0 - 2$

D.  $\forall x \in (0, +\infty), x^2 > x - 2$

2. 椭圆  $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{11} = 1$  的焦距为

A.  $2\sqrt{5}$

B.  $2\sqrt{6}$

C.  $\sqrt{5}$

D.  $2\sqrt{17}$

3. “ $x > 2$ ”是“ $x - 1 > 0$ ”的

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

4. 已知  $a, b, c$  分别为  $\triangle ABC$  内角  $A, B, C$  的对边,  $a^2 + c^2 - b^2 = ac$ , 则角  $B =$

A.  $\frac{2\pi}{3}$

B.  $\frac{\pi}{3}$

C.  $\frac{5\pi}{6}$

D.  $\frac{\pi}{6}$

5. 若  $a > b > 0, c < d < 0$ , 则下列结论一定成立的是

A.  $a + c < b + d$

B.  $a + c > b + d$

C.  $\frac{a}{d} < \frac{b}{c}$

D.  $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$

6. 已知等比数列  $\{a_n\}$  的公比为  $q, a_4 = 4, a_7 = \frac{1}{2}$ , 则  $q =$

A.  $-2$

B.  $2$

C.  $-\frac{1}{2}$

D.  $\frac{1}{2}$

7. 已知  $x > 0$ , 则  $x + \frac{1}{2x}$  的最小值为

- A.  $\frac{1}{2}$                       B. 1                      C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       D.  $\sqrt{2}$

8. 已知点  $A(0, 1, 0)$ ,  $B(-1, 0, -1)$ ,  $C(2, 1, 1)$ ,  $P(x, 0, z)$ , 若  $PA \perp$  平面  $ABC$ , 则点  $P$  的坐标为

- A.  $(1, 0, -2)$                       B.  $(1, 0, 2)$                       C.  $(-1, 0, 2)$                       D.  $(2, 0, -1)$

9. 已知  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x - y \geq 0 \\ x + y \leq 2 \\ y \geq 0 \end{cases}$ , 则  $z = 2x + y$  的最大值为

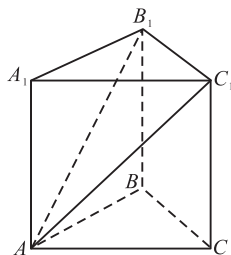
- A. 4                      B. 3                      C. 2                      D. 1

10. 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle BAC = 30^\circ$ ,  $BC = 2$ ,  $AC = 2\sqrt{3}$ , 则  $AB =$

- A. 4                      B. 2                      C. 4 或 2                      D.  $2\sqrt{3}$

11. 如图, 在三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $AA_1 \perp$  底面  $ABC$ ,  $AA_1 = 3$ ,  $AB = AC = BC = 2$ , 则  $AA_1$  与平面  $AB_1C_1$  所成角的大小为

- A.  $30^\circ$                       B.  $45^\circ$                       C.  $60^\circ$                       D.  $90^\circ$



12. 已知中心在坐标原点的椭圆  $C_1$  与双曲线  $C_2$  有公共焦点, 且左, 右焦点分别为  $F_1, F_2$ ,  $C_1$  与  $C_2$  在第一象限的交点为  $P$ ,  $\triangle PF_1F_2$  是以  $PF_1$  为底边的等腰三角形. 若  $|PF_1| = 10$ ,  $C_1$  与  $C_2$  的离心率分别为  $e_1, e_2$ , 则  $2e_1 + e_2$  的取值范围是

- A.  $(\frac{1+\sqrt{2}}{2}, +\infty)$                       B.  $(\frac{5}{3}, +\infty)$                       C.  $(1, +\infty)$                       D.  $(\frac{5}{6}, +\infty)$

## 二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知向量  $\mathbf{a} = (-3, 2, 5)$ ,  $\mathbf{b} = (1, x, -1)$ , 且  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 8$ , 则  $x$  的值为\_\_\_\_\_.

14. 设  $S_n$  是等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 若  $a_4 + a_{10} = 10$ , 则  $S_{13} =$ \_\_\_\_\_.

15. 若抛物线  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) 的焦点恰好是双曲线  $\frac{x^2}{16-m} - \frac{y^2}{m+20} = 1$  的右焦点, 则实数  $p$  的值为\_\_\_\_\_.

16. 一批救灾物资随 51 辆汽车从某市以  $v$  km/h 的速度匀速直达灾区, 已知两地公路线长 400 km, 为了安全起见, 两辆汽车的间距不得小于  $\frac{v^2}{800}$  km, 那么这批物资全部到达灾区, 最少需要\_\_\_\_\_ h.

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

设命题  $p: \forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2ax + a > 0$ , 命题  $q: 4a^2 < 1$ , 若命题  $p \wedge q$  为假命题,  $p \vee q$  为真命题, 求实数  $a$  的取值范围.

18. (12 分)

已知  $a, b, c$  分别为  $\triangle ABC$  内角  $A, B, C$  的对边, 且  $a \sin B - \sqrt{3} b \cos A = 0$ .

(1) 求角  $A$ ;

(2) 若  $a = \sqrt{13}, b = 3$ , 求  $\triangle ABC$  的面积.

19. (12 分)

已知公差不为零的等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $S_{20} = 420$ , 且  $a_2, a_4, a_8$  成等比数列.

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 设  $b_n = \frac{1}{(a_n - 1)(a_n + 1)}$ , 数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$ , 证明:  $T_n < \frac{1}{2}$ .

20. (12 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的离心率为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ , 短轴的一个端点到右焦点的距离为 2.

(1) 求椭圆  $C$  的方程;

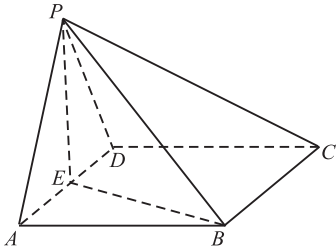
(2) 设直线  $l: y = \frac{1}{2}x + m$  交椭圆  $C$  于  $A, B$  两点, 且  $|AB| = \sqrt{5}$ , 求  $m$  的值.

21. (12 分)

如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 平面  $PAD \perp$  平面  $ABCD$ ,  $PA = PD = 4$ , 四边形  $ABCD$  是边长为 4 的菱形,  $\angle DAB = 60^\circ$ ,  $E$  是  $AD$  的中点.

(1) 求证:  $BE \perp$  平面  $PAD$ ;

(2) 求平面  $PAB$  与平面  $PBC$  所成的锐二面角的余弦值.



22. (12 分)

已知  $F$  为抛物线  $E: x^2 = 2py (p > 0)$  的焦点,  $C(x_0, 1)$  为  $E$  上一点, 且  $|CF| = 2$ . 过  $F$  任作两条互相垂直的直线  $l_1, l_2$ , 分别交抛物线  $E$  于  $P, Q$  和  $M, N$  两点,  $A, B$  分别为线段  $PQ$  和  $MN$  的中点.

(1) 求抛物线  $E$  的方程及点  $C$  的坐标;

(2) 试问  $\frac{1}{|PQ|} + \frac{1}{|MN|}$  是否为定值? 若是, 求出此定值; 若不是, 请说明理由;

(3) 证明直线  $AB$  经过一个定点, 求此定点的坐标, 并求  $\triangle AOB$  面积的最小值.

