

## 高二数学（文科）试题

本试题卷分为第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分. 考生作答时，将答案答在答题卡上，在本试题卷上答题无效. 考试结束后，监考老师只收答题卡.

### 注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写（涂）在答题卡上. 考生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的“准考证号、姓名”与考生本人准考证号、姓名是否一致.

2. 第Ⅰ卷每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 第Ⅱ卷用黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答，在试题上作答，答案无效.

3. 考试结束，监考教师将答题卡收回.

### 第Ⅰ卷（选择题 共 60 分）

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的代号为 A、B、C、D 的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 命题“任意  $x \in R$ ，都有  $x^2 \geq 0$ ”的否定为

A. 任意  $x \in R$ ，都有  $x^2 < 0$

B. 存在  $x_0 \in R$ ，使得  $x_0^2 < 0$

C. 存在  $x_0 \in R$ ，使得  $x_0^2 \geq 0$

D. 不存在  $x \in R$ ，使得  $x^2 < 0$

2. 若  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < 0$ ，则下列不等式：①  $a+b < ab$ ；②  $|a| < |b|$ ；③  $a < b$ ；④  $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} > 2$  中，正确

不等式的序号是

A. ①②

B. ②③

C. ③④

D. ①②④

3. 若公差为 2 的等差数列  $\{a_n\}$  的前 9 项和为  $S_9 = 81$ ，则  $a_{2019} =$

A. 4033

B. 4035

C. 4037

D. 4039

4. “ $x < 1$ ”是“ $\ln(x+1) < 0$ ”的

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

5. 若双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的一个焦点到一条渐近线的距离等于焦距的  $\frac{1}{4}$ ，则

该双曲线的渐近线方程是



A.  $x \pm 2y = 0$

B.  $2x \pm y = 0$

C.  $x \pm \sqrt{3}y = 0$

D.  $\sqrt{3}x \pm y = 0$

6. 已知实数  $x, y$  满足  $\begin{cases} y \geq x+2 \\ x+y \leq 6 \\ x \geq 1 \end{cases}$ , 则目标函数  $z = 2x - y$  的最小值是

A. -3

B. -2

C. -1

D. 0

7. 在等比数列  $\{a_n\}$  中,  $a_2, a_{18}$  是方程  $x^2 + 6x + 4 = 0$  的两根, 则  $a_4 \cdot a_{16} + a_{10}$  等于

A. 6

B. 2

C. 2 或 6

D. -2

8. 若直线  $ax - by + 2 = 0$  ( $a > 0, b > 0$ ) 过圆  $x^2 + y^2 + 4x - 4y - 1 = 0$  的圆心, 则  $\frac{2}{a} + \frac{3}{b}$  的最小值为

A. 10

B.  $4 + 2\sqrt{6}$

C.  $5 + 2\sqrt{6}$

D.  $4\sqrt{6}$

9. 函数  $f(x) = x^2 - 6x + 2e^x$  的极值点所在的区间为

A. (0,1)

B. (-1,0)

C. (1,2)

D. (-2,-1)

10. 在  $\triangle ABC$  中,  $\tan A$  是以 -4 为第三项, -1 为第七项的等差数列的公差,  $\tan B$  是以  $\frac{1}{2}$  为第

三项, 4 为第六项的等比数列的公比, 则该三角形的形状是

A. 钝角三角形

B. 锐角三角形

C. 等腰直角三角形

D. 以上均错

11. 如图所示, 点  $F$  是抛物线  $y^2 = 8x$  的焦点, 点  $A, B$  分别在抛物线  $y^2 = 8x$

及圆  $(x-2)^2 + y^2 = 16$  的实线部分上运动, 且  $AB$  始终平行于  $x$  轴, 则

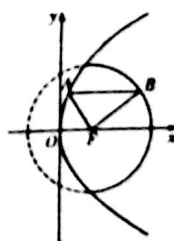
$\triangle FAB$  的周长的取值范围是

A. (2,6)

B. (6,8)

C. (8,12)

D. (10,14)



(第 11 题)

12. 对于任意  $x_1, x_2 \in [1, +\infty)$ , 当  $x_2 > x_1$  时, 恒有  $a(\ln x_2 - \ln x_1) < 2(x_2 - x_1)$  成立, 则实数  $a$

的取值范围是

A.  $(-\infty, 0]$

B.  $(-\infty, 1]$

C.  $(-\infty, 2]$

D.  $(-\infty, 3]$



## 第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 函数  $f(x) = x \ln x$  在点  $P(1,0)$  处的切线  $l$  与两坐标轴围成的三角形面积是\_\_\_\_\_

14. 等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n = 3^n + t$ , 则  $t + a_3$  的值为\_\_\_\_\_

15. 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左右顶点分别为  $A_1, A_2$ , 点  $M$  为椭圆  $C$  上不同于

$A_1, A_2$  的一点, 若直线  $MA_1$  与直线  $MA_2$  的斜率之积等于  $-\frac{1}{2}$ , 则椭圆  $C$  的离心率为\_\_\_\_\_

16. 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 且  $BC$  边上的高为  $\frac{a}{2}$ , 则  $\frac{c}{b} + \frac{b}{c}$  的最大值为\_\_\_\_\_

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

已知命题  $p$ : 对数式  $\log_a(-2t^2 + 7t - 5) (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$  有意义; 命题  $q$ : 实数  $t$  满足不等式  $t^2 - (m+3)t + (m+2) < 0$ .

(1) 若  $p$  为真, 求实数  $t$  的取值范围;

(2) 若  $p$  是  $q$  的充分不必要条件, 求实数  $m$  的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = \frac{1}{2}ax^2 - \ln x - 2 (a \in \mathbb{R})$

(1) 当  $a = 1$  时, 求曲线  $f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程;

(2) 讨论函数  $f(x)$  的单调性.

19. (本小题满分 12 分)

已知  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 且  $\angle C = 120^\circ$ .

(1) 若  $c = 1$ , 求  $\triangle ABC$  面积的最大值;

(2) 若  $a = 2b$ , 求  $\tan A$ .



20. (本小题满分 12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_{n+1} + 1 = \frac{a_n + 1}{a_n + 2}$ ,  $a_n \neq -1$  且  $a_1 = 1$ .

(1) 求证: 数列  $\left\{\frac{1}{a_n + 1}\right\}$  是等差数列, 并求出数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 令  $b_n = \frac{1}{a_n + 1}$ , 求数列  $\left\{\frac{1}{b_n b_{n+1}}\right\}$  的前  $n$  项的和  $S_n$ .

21. (本小题满分 12 分)

已知  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 且  $(2\cos A - 1)\sin B + 2\cos A = 1$ .

(1) 求角  $A$  的值;

(2) 若点  $A$  在以  $B, C$  为焦点的椭圆上, 求该椭圆离心率  $e$  的取值范围.

22. (本小题满分 12 分)

已知椭圆  $C: \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的短轴长为 2, 且椭圆  $C$  的离心率为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

(1) 求椭圆  $C$  的方程;

(2) 过椭圆  $C$  的上焦点作相互垂直的弦  $AB, CD$ , 求证:  $\frac{1}{|AB|} + \frac{1}{|CD|}$  为定值.

