石家庄市2018~2019学年度第一学期期末考试试卷

高二数学(文科)

(时间120分钟,满分150分)

注意事项:

本试卷分为第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分.答第Ⅰ卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号、考试科目写在答题卡上.

第Ⅰ卷(选择题,共60分)

一、选择题:共12小题,每小题5分,共60分,在每个小题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的.

1. 命题"若p,则q"的逆命题是

A. 若$\neg p$,则$\neg q$　　B. 若$\neg q$,则$\neg p$

C. 若p,则$\neg q$　　D. 若q,则p

2. 一个年级有22个班,每个班同学从1~50排学号,为了交流学习经验,要求每班学号为19的学生留下进行交流,这里运用的是

A. 分层抽样法　　B. 抽签法

C. 随机数表法　　D. 系统抽样法

3. 抛物线$y=\frac{1}{4}x^2$的焦点坐标是

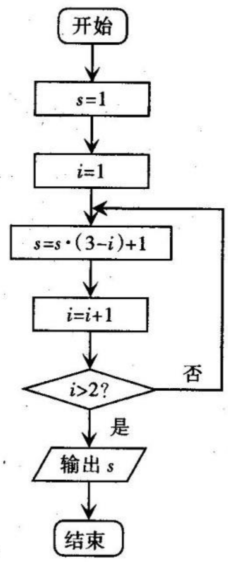
A.$(0,2)$　　B.$(0,1)$　　C.$(0,\frac{1}{2})$　　D.$(0,\frac{1}{4})$

4. 已知命题p:$\exists x\in\mathbf{R},x-2>0$;命题$q$:$\forall x\geqslant 0,\sqrt{x}<x$,则下列说法中正确的是

A. $p\vee q$是假命题　　B. $p\wedge q$是真命题

C. $p\wedge(\neg q)$是真命题　　D. $p\vee(\neg q)$是假命题

5. 阅读右边的程序框图,运行相应的程序,则输出s的值为



A. -1　　B. 0　　C. 3　　D. 4

6. 设 $x\in\mathbf{R}$,则“$|x-1|<2$”是“$x^2-4x-5<0$”成立的

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

7. PM2.5 是指大气中直径小于或等于 2.5 微米的颗粒物,也称为可入肺颗粒物.如图是根据某中学学生社团某日早 6 点至晚 9 点在某中学东、西两个校区附近的 PM2.5 监测点统计的数据(单位:毫克/立方米)列出的茎叶图,东、西两个校区浓度的方差较小的是

东校区		西校区
2	0.04	1 2 3 6
9 3	0.05	9
6 2 1	0.06	2 9
3 3 1	0.07	9
6 4	0.08	7
7	0.09	2 4 6

A. 东校区　　B. 西校区

C. 东、西两个校区相等　　D. 无法确定

8. 方程 $x^2+2x+a^2=0$($a\in[-1,2]$)有实根的概率为

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{3}{4}$

9. 圆 $C:x^2+(y-1)^2=5$ 与直线 $l:mx-y+1-m=0$ 的位置关系

A. 相切　　B. 相离　　C. 相交　　D. 不能确定

10. 设函数 $g(x)=x(x^2-1)$,则 $g(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上的最大值为

A. -1　　B. 0　　C. $-\frac{2\sqrt{3}}{9}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

11. 某人在微信群中发了一个 8 元“拼手气”红包,被甲、乙、丙三人抢完,若三人均领到整数元,且每人至少领到 1 元,则甲领到的钱数不少于其他任何人的概率为

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{8}{21}$　　C. $\frac{3}{7}$　　D. $\frac{5}{18}$

12. 已知离心率 e 为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$ 的双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点为 F,O 为坐标原点,以 OF 为直径的圆与双曲线 C 的一条渐近线相交于 O、A 两点. 若 $\triangle AOF$ 的面积为 2,则实数 a 的值为

A. 2　　B. $2\sqrt{2}$　　C. 4　　D. 8

第Ⅱ卷(非选择题 共90分)

二、填空题(每小题5分,共20分)

13. 命题“$\exists x_0\in\mathbf{R}, x_0^2+x_0+1<0$”的否定是 ________.

14. 曲线 $f(x)=\sin x+e^x+2$ 在 $x=0$ 处的切线方程是 ________.

15. 椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的两个焦点分别为 F_1、F_2,以 F_1F_2 为边作正三角形,若椭圆恰好平分三角形的另两边,则该椭圆的离心率为 ________.

16. 设 F 为抛物线 $C:y^2=6x$ 的焦点,过 F 作直线交抛物线 C 于 A、B 两点,O 为坐标原点,则 $\triangle AOB$ 面积的最小值为 ________.

三、解答题(本大题共6小题,共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17.(本小题满分10分)

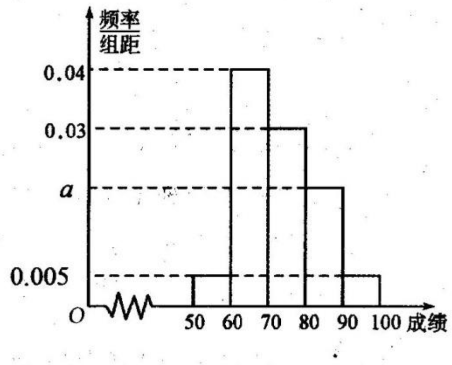
已知命题 $p:3a<m<4a(a>0)$,命题 $q:1<m<\dfrac{3}{2}$,若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要不充分条件,求实数 a 的取值范围

18.(本小题满分12分)

某校100名高二学生期中考试语文成绩的频率分布直方图如图所示,其中成绩分组区间是:$[50,60)$,$[60,70)$,$[70,80)$,$[80,90)$,$[90,100]$.

(Ⅰ)求图中 a 的值;

(Ⅱ)根据频率分布直方图,估计这100名学生语文成绩的平均分;



19.(本小题满分12分)

已知圆 C 过点 $A(1,0)$ 和 $B(3,0)$,且圆心在直线 $y=x$ 上.

(Ⅰ)求圆 C 的标准方程.

(Ⅱ)求直线 $l:3x-4y+1=0$ 被圆 C 截得的弦长.

20.（本小题满分 12 分）

随着我国经济的发展，居民的储蓄存款逐年增长. 设某地区城乡居民人民币储蓄存款（年底余额）如下表：

年份	2013	2014	2015	2016	2017
时间代号 x	1	2	3	4	5
储蓄存款 y(千亿元)	5	6	7	8	10

（Ⅰ）求 y 关于 x 的回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$

（Ⅱ）用所求回归方程预测该地区 2018 年($x=6$)的人民币储蓄存款.

（参考公式：$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n(\bar{x})^2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$，）

21.（本小题满分 12 分）

已知点 $A(0,-2)$，椭圆 $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，F 是椭圆 E 的右焦点，直线 AF 的斜率为 $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，O 为坐标原点.

（Ⅰ）求 E 的方程；

（Ⅱ）设过点 A 的动直线 l 与 E 相交于 P,Q 两点，问：是否存在直线 l，使以 PQ 为直径的圆经过原点 O，若存在，求出对应直线 l 的方程，若不存在，请说明理由.

22.（本小题满分 12 分）

已知 $a\in\mathbf{R}$，函数 $f(x)=(-x^2+ax)e^x$（$x\in\mathbf{R}$，e 为自然对数的底数）.

（Ⅰ）当 $a=2$ 时，求函数 $f(x)$ 的单调递增区间；

（Ⅱ）若函数 $f(x)$ 在 $(-1,1)$ 上单调递增，求 a 的取值范围.

石家庄市 2018—2019 学年度第一学期期末考试
高二数学（文科答案）

一、选择题

1.D　2.D　3. B　4.C　5.D　6.A　7.A　8.A　9. C　10.B　11.B　12. B

二、填空题

13. $\forall x\in \mathbf{R}, x^2+x+1\geq 0$　　14. $y=2x+3$　　15. $\sqrt{3}-1$　　16. $\dfrac{9}{2}$

三、解答题：

17.解：　由$\neg p$是$\neg q$的必要不充分条件，则p是q的充分不必要条件，……………4 分

从而有：$\begin{cases}3a\geq 1\\ 4a\leq \dfrac{3}{2}\end{cases}$　　　……………………6 分

解得：　$\dfrac{1}{3}\leq a\leq \dfrac{3}{8}$　　　……………………8 分

∴实数a的取值范围是$\dfrac{1}{3}\leq a\leq \dfrac{3}{8}$. ……………………10 分

18.解：（1）依题意，得 10×(2×0.005＋a＋0.03＋0.04)＝1，…………………………3 分

解得 a＝0.02.　…………………………6 分

（2）这 100 名学生语文成绩的平均分为

55×0.05＋65×0.4＋75×0.3＋85×0.2＋95×0.05…………9 分

＝73 分　　………………12 分

19．解：

（Ⅰ）由题意可设圆心坐标为$(a，a)$，则圆的标准方程为$(x-a)^2+(y-a)^2=r^2$，

………………2 分

$\therefore\begin{cases}(1-a)^2+a^2=r^2\\(3-a)^2+a^2=r^2\end{cases}$　　………………4 分

解得 $\begin{cases}a=2\\ r^2=5\end{cases}$

故圆C的标准方程为$(x-2)^2+(y-2)^2=5.$………………6 分

（Ⅱ）圆心(2,2)到直线$l:3x-4y+1=0$的距离$d=\dfrac{1}{5}$，　　……………………………………9 分

$\therefore 2\sqrt{r^2-d^2}=2\sqrt{5-(\dfrac{1}{5})^2}=\dfrac{4\sqrt{31}}{5}$

直线l被圆 C 截得的弦长为$\dfrac{4\sqrt{31}}{5}$.　　……………………………………12 分

20. 解：（1）由题知 $\bar{x}=3, \bar{y}=7.2,$ ……………………2 分

$\sum_{i=1}^{5} x_i y_i = 120, \sum_{i=1}^{5} x_i^2 = 55$，

$\therefore \hat{b} = \dfrac{120-5\times3\times7.2}{55-5\times9} = 1.2$ ……………………4 分

$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = 3.6$

$\therefore \hat{y} = 1.2x + 3.6$ ……………………6 分

（2）当 $x=6$ 时，$\hat{y} = 1.2\times6+3.6 = 10.8$ ………………10 分

所以，该地区 2018 年（$x=6$）的人民币储蓄存款约为 10.8 千亿元. …………12 分

21、解：(1) 设 $F(c,0)$，由条件知，$\dfrac{2}{c} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，得 $c=\sqrt{3}$. ………………2 分

又 $\dfrac{c}{a} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$，所以 $a=2$，

$b^2 = a^2 - c^2 = 1$.

故 E 的方程为 $\dfrac{x^2}{4} + y^2 = 1$. ………………………………………………4 分

(2) 当 l 垂直于 x 轴时不合题意，故设 $l: y = kx - 2$，$P(x_1, y_1)$，$Q(x_2, y_2)$.

将 $y = kx - 2$ 代入 $\dfrac{x^2}{4} + y^2 = 1$，得 $(1+4k^2)x^2 - 16kx + 12 = 0$. …………6 分

当 $\Delta = 16(4k^2 - 3) > 0$，即 $k^2 > \dfrac{3}{4}$ 时，

$x_1 + x_2 = \dfrac{16k}{4k^2+1}$，$x_1 x_2 = \dfrac{12}{4k^2+1}$，

所以 $y_1 y_2 = (kx_1 - 2)(kx_2 - 2) = \dfrac{4-4k^2}{4k^2+1}$. ……………………………………8 分

若存在以 PQ 为直径的圆经过点原点 O，则 $\angle POQ = \dfrac{\pi}{2}$，

即 $\overrightarrow{OP} \bullet \overrightarrow{OQ} = 0$，即 $x_1 x_2 + y_1 y_2 = \dfrac{16-4k^2}{4k^2+1} = 0$，

所以 $k^2 = 4$，符合 $\Delta > 0$，所以存在 $k = \pm 2$，符合题意，………………10 分

此时 $y=2x-2$ 或 $y=-2x-2$. ……………………………………………12 分

22.解：（1）

当$a=2$时，$f(x)=(-x^2+2x)e^x$,

所以$f'(x)=(-2x+2)e^x+(-x^2+2x)e^x$

$=(-x^2+2)e^x$.…………2分

令$f(x)>0$,即$(-x^2+2)e^x>0$,因为$e^x>0$,

所以$-x^2+2>0$,解得$-\sqrt{2}<x<\sqrt{2}$.

所以函数$f(x)$的单调递增区间是$(-\sqrt{2},\sqrt{2})$.…………4分

（2）因为函数 $f(x)$ 在（-1, 1）上单调递增，

所以 $f'(x)\geq 0$ 对 $x\in(-1,1)$ 都成立。

因为 $f'(x)=(-2x+a)e^x+(-x^2+ax)e^x$
$=\left[-x^2+(a-2)x+a\right]e^x$,

所以$\left[-x^2+(a-2)x+a\right]e^x\geq 0$ 对 $x\in(-1,1)$ 都成立。

因为$e^x>0$，所以$-x^2+(a-2)x+a\geq 0$ 对 $x\in(-1,1)$ 都成立，………………6 分

即 $a\geq\dfrac{x^2+2x}{x+1}=\dfrac{(x+1)^2-1}{x+1}=(x+1)-\dfrac{1}{x+1}$ 对 $x\in(-1,1)$ 都成立，…………8 分

令 $y=(x+1)-\dfrac{1}{x+1}$, 则 $y'=1+\dfrac{1}{(x+1)^2}>0$。

所以 $y=(x+1)-\dfrac{1}{x+1}$, 在（-1,1）上单调递增，……………………………………10 分

所以 $y<(1+1)-\dfrac{1}{1+1}=\dfrac{3}{2}$，即 $a\geq\dfrac{3}{2}$。

因此 a 的取值范围为 $a\geq\dfrac{3}{2}$。……………………………………………………12 分

方法二：因为函数 $f(x)$ 在（-1, 1）上单调递增，

所以 $f'(x)\geq 0$ 对 $x\in(-1,1)$ 都成立。

因为 $f'(x)=(-2x+a)e^x+(-x^2+ax)e^x$
$=\left[-x^2+(a-2)x+a\right]e^x$,

所以$\left[-x^2+(a-2)x+a\right]e^x\geq 0$ 对 $x\in(-1,1)$ 都成立。

因为$e^x>0$，所以$-x^2+(a-2)x+a\geq 0$对$x\in(-1,1)$都成立，………………6 分

令$g(x)=-x^2+(a-2)x+a$，

只需$\begin{cases} g(1)\geq 0 \\ g(-1)\geq 0 \end{cases}$，即$a\geq \dfrac{3}{2}$，…………………………………………………………10 分

因此a的取值范围为$a\geq \dfrac{3}{2}$。…………………………………………………………12 分