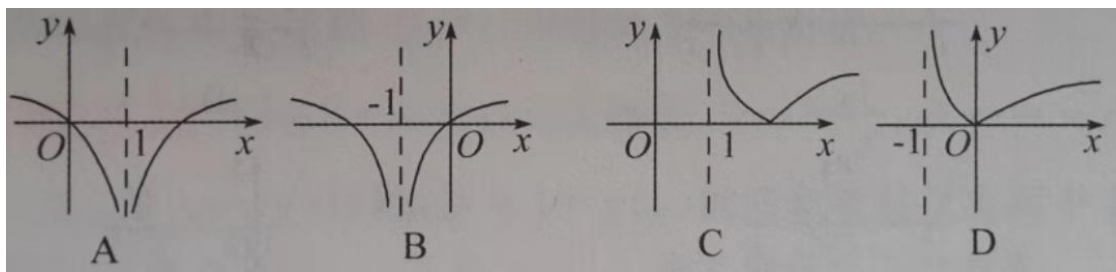


## 2018-2019 学年包头四中高一上数学期中测试卷

### 一. 选择题（共 13 小题）

- 已知：集合  $A = \{0, 1, 2, 3\}$ ,  $B = \{x | x > 0\}$ , 则  $A \cap B$  等于 ( )  
 A.  $\{0, 1, 2, 3\}$     B.  $\{1, 2, 3\}$     C.  $[0, +\infty)$     D.  $(0, +\infty)$
- 设集合  $U = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $A = \{2, 4\}$ , 则  $\complement_U A =$  ( )  
 A.  $\{4\}$     B.  $\{1, 2, 3, 4\}$     C.  $\{2, 4\}$     D.  $\{1, 3\}$
- 函数  $y = \frac{\lg(x+1)}{x-1}$  的定义域是 ( )  
 A.  $(-1, +\infty)$     B.  $[-1, +\infty)$   
 C.  $(-1, 1) \cup (1, +\infty)$     D.  $[-1, 1) \cap (1, +\infty)$
- 已知函数  $f(x) = a^{x-1} + 4$  的图象恒过定点 P, 则点 P 的坐标是 ( )  
 A.  $(1, 5)$     B.  $(1, 4)$     C.  $(0, 4)$     D.  $(4, 0)$
- 已知幂函数  $f(x) = (m^2 - m - 1)x^m$  在  $(0, +\infty)$  上增函数, 则实数  $m =$  ( )  
 A. 2    B. -1    C. -2 或 2    D.  $\frac{1}{2}$
- 已知  $f(x) = \begin{cases} 1 + \log_2(2-x), & x < 1 \\ 2^{x-1}, & x \geq 1 \end{cases}$ , 则  $f(-2) + f(2)$  的值为 ( )  
 A. 6    B. 5    C. 4    D. 3
- 若函数  $y = x^2 - 6x - 7$ , 则它在  $[-2, 4]$  上的最大值, 最小值分别是 ( )  
 A. 9, -15    B. 12, -15    C. 9, -16    D. 9, -12
- 函数  $y = \lg|x-1|$  的图象是 ( )



- 设  $a = \log_{\pi} 3$ ,  $b = 2^{0.3}$ ,  $c = \log_2 \frac{1}{3}$ , 则 ( )  
 A.  $a > b > c$     B.  $a > c > b$     C.  $c > a > b$     D.  $b > a > c$

10.  $2^a = 5^b = 10$ , 则  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} =$  ( )

- A.  $\frac{1}{2}$       B. 1      C.  $\frac{3}{2}$       D. 2

11. 函数  $y = \log_3(6 - x - x^2)$  的单调减区间为 ( )

- A.  $[-\frac{1}{2}, 2)$       B.  $(-\infty, -\frac{1}{2}]$       C.  $[-\frac{1}{2}, +\infty)$       D.  $(-3, -\frac{1}{2}]$

12. 函数  $f(x) = 2^{-x} \cdot |\log_{0.5} x| - 1$  的零点个数是 ( )

- A. 4      B. 3      C. 2      D. 1

## 二. 填空题 (共 4 小题)

13. 已知函数  $f(x)$  是定义在  $\mathbb{R}$  上的奇函数, 当  $x \in (-\infty, 0)$  时,  $f(x) = 2x^3 + x^2$ , 则  $f(2) =$ \_\_\_\_\_.

14. 已知  $f(x)$  是  $\mathbb{R}$  上的偶函数, 且在  $[0, +\infty)$  上单调递减,  $f(1) = 0$ , 则不等式  $f(x) > 0$  的解集为\_\_\_\_\_.

15. 函数  $y = f(x)$  的定义域是  $[\frac{1}{2}, 2]$ , 则函数  $y = f(\log_2 x)$  的定义域为\_\_\_\_\_.

16. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} |\lg x|, & 0 < x \leq 10 \\ -\frac{1}{2}x + 6, & x > 10 \end{cases}$ , 若  $a, b, c$  互不相等, 且  $f(a) = f(b) = f(c)$ , 则  $abc$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

## 三. 解答题 (共 4 小题)

17. (10 分) 计算:

(1)  $\left(2\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} - (-9.5)^0 - \left(3\frac{3}{8}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$

(2)  $\log_3 \frac{\sqrt[4]{27}}{3} + \lg 25 + \lg 4 + 5^{\log_5 2}$

18. (12 分) 设函数  $f(x) = x^2 - 2ax - 8a^2$  ( $a > 0$ ), 记不等式  $f(x) \leq 0$  的解集为

A. (1) 当  $a=1$  时, 求集合 A;

(2) 若  $(-1, 1) \subseteq A$ , 求实数  $a$  的取值范围.

19. (12 分) 设  $f(x) = x - \frac{4}{x}$

- (1) 讨论  $f(x)$  的奇偶性；  
(2) 判断函数  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上的单调性并用定义证明.

20. (12 分) 已知指数函数  $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ , 当  $x \in (0, +\infty)$  时,  $y > 1$ ;

- (1) 求  $a$  的取值范围;  
(2) 解关于  $x$  的不等式  $\log_a(x-1) \leq \log_a(x^2+x-6)$ .

21. (12 分) 某服装厂生产一种服装, 每件服装的成本为 40 元, 出厂单价定为 60 元. 该厂为鼓励销售商订购, 决定当一次订购量超过 100 件时, 每多订购一件, 订购的全部服装的出厂单价就降低 0.02 元. 根据市场调查, 销售商一次订购量不会超过 500 件.

- (1) 设一次订购量为  $x$  件, 服装的实际出厂单价为  $P$  元, 写出函数  $P=f(x)$  的表达式;  
(2) 当销售商一次订购了 450 件服装时, 该服装厂获得的利润是多少元?  
(服装厂售出一件服装的利润=实际出厂单价 - 成本)

22. (12 分) 已知函数  $f(x) = b \cdot a^x$  ( $a, b$  为常数且  $a > 0, a \neq 1$ ) 的图象经过点  $A(1, 8), B(3, 32)$

- (1) 试求  $a, b$  的值;  
(2) 若不等式  $\left(\frac{1}{a}\right)^x + \left(\frac{1}{b}\right)^x - m \geq 0$  在  $x \in (-\infty, 1]$  时恒成立, 求实数  $m$  的取值范围.

## 2018 年包头四中高一数学期中测试卷答案

### 一. 选择题 (共 13 小题)

1. 已知: 集合  $A=\{0, 1, 2, 3\}$ ,  $B=\{x|x>0\}$ , 则  $A \cap B$  等于 ( )

- A.  $\{0, 1, 2, 3\}$     B.  $\{1, 2, 3\}$     C.  $[0, +\infty)$     D.  $(0, +\infty)$

【解答】解:  $\because$  集合  $A=\{0, 1, 2, 3\}$ ,  $B=\{x|x>0\}$ ,

$\therefore A \cap B = \{1, 2, 3\}$ .

故选: B.

2. 设集合  $U=\{1, 2, 3, 4\}$ ,  $A=\{2, 4\}$ , 则  $C_U A =$  ( )

- A.  $\{4\}$     B.  $\{1, 2, 3, 4\}$     C.  $\{2, 4\}$     D.  $\{1, 3\}$

【解答】解: 因为  $U=\{1, 2, 3, 4\}$ , 集合  $A=\{2, 4\}$

所以  $C_U A = \{1, 3\}$

故选: D.

3. 函数  $y = \frac{\lg(x+1)}{x-1}$  的定义域是 ( )

- A.  $(-1, +\infty)$     B.  $[-1, +\infty)$   
C.  $(-1, 1) \cup (1, +\infty)$     D.  $[-1, 1) \cap (1, +\infty)$

【解答】解: 由  $x+1>0$  且  $x-1 \neq 0$  解得  $x>-1$  且  $x \neq 1$ .

$\therefore$  函数的定义域是  $(-1, 1) \cup (1, +\infty)$ .

故选: C.

4. 已知函数  $f(x) = a^{x-1} + 4$  的图象恒过定点 P, 则点 P 的坐标是 ( )

- A.  $(1, 5)$     B.  $(1, 4)$     C.  $(0, 4)$     D.  $(4, 0)$

【解答】解: 由于函数  $y=a^x$  的图象过定点  $(0, 1)$ , 故函数  $f(x) = a^{x-1} + 4$  的图象恒过定点 P  $(1, 5)$ ,

故选: A.

5. 已知幂函数  $f(x) = (m^2 - m - 1)x^m$  在  $(0, +\infty)$  上增函数, 则实数  $m =$  ( )

A. 2

B. -1

C. -2 或 2

D.  $\frac{1}{2}$ 

【解答】解：幂函数  $f(x) = (m^2 - m - 1)x^m$  在  $(0, +\infty)$  上增函数，

$$\text{则} \begin{cases} m^2 - m - 1 = 1, \\ m > 0 \end{cases},$$

解得  $m=2$ .

故选：A.

6. 已知  $f(x) = \begin{cases} 1 + \log_2(2-x), & x < 1 \\ 2^{x-1}, & x \geq 1 \end{cases}$ ，则  $f(-2) + f(2)$  的值为 ( )

A. 6

B. 5

C. 4

D. 3

【解答】解： $\because f(x) = \begin{cases} 1 + \log_2(2-x), & x < 1 \\ 2^{x-1}, & x \geq 1 \end{cases}$ ,

$$\therefore f(-2) = 1 + \log_2 4 = 3,$$

$$f(2) = 2^{2-1} = 2,$$

$$\therefore f(-2) + f(2) = 5.$$

故选：B.

7. 若函数  $y = x^2 - 6x - 7$ ，则它在  $[-2, 4]$  上的最大值，最小值分别是 ( )

A. 9, -15

B. 12, -15

C. 9, -16

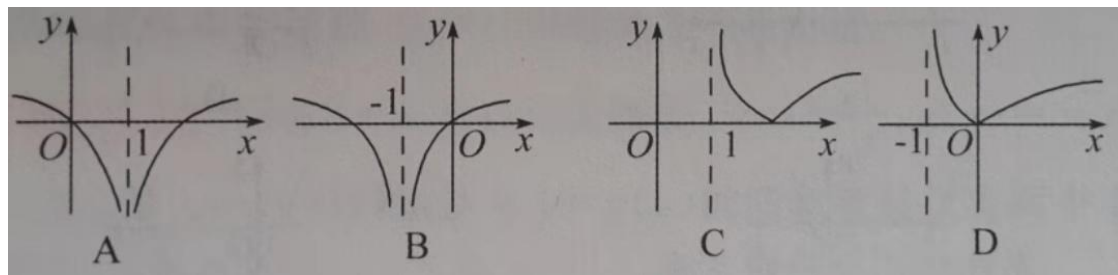
D. 9, -12

【解答】解：函数  $y = x^2 - 6x - 7 = (x - 3)^2 - 16$ ，则它在  $[-2, 4]$  上，当  $x = -2$  时， $f(x)$  取得最大值为 9，

当  $x = 3$  时， $f(x)$  取得最小值为 -16，

故选：C.

8. 函数  $y = \lg|x-1|$  的图象是 ( )



【解答】选：A.

9. 设  $a = \log_{\pi} 3$ ,  $b = 2^{0.3}$ ,  $c = \log_2 \frac{1}{3}$ ，则 ( )

- A.  $a > b > c$       B.  $a > c > b$       C.  $c > a > b$       D.  $b > a > c$

【解答】解：∵  $0 < a = \log_{\pi} 3 < 1$ ,  $b = 2^{0.3} > 1$ ,  $c = \log_2 \frac{1}{3} < 0$ ,

∴  $c < a < b$ .

故选：D.

10.  $2^a = 5^b = 10$ , 则  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} =$  ( )

- A.  $\frac{1}{2}$       B. 1      C.  $\frac{3}{2}$       D. 2

【解答】

$$\because 2^a = 5^b = 10$$

$$\therefore a = \log_2 10, \quad b = \log_5 10$$

$$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{\log_2 10} + \frac{1}{\log_5 10} = \log_{10} 2 + \log_{10} 5 = \log_{10} 10 = 1$$

解：

故选：B.

11. 函数  $y = \log_3 (6 - x - x^2)$  的单调减区间为 ( )

- A.  $[-\frac{1}{2}, 2)$       B.  $(-\infty, -\frac{1}{2}]$       C.  $[-\frac{1}{2}, +\infty)$       D.  $(-3, -\frac{1}{2}]$

【解答】解：要使函数有意义，则  $6 - x - x^2 > 0$ ，解得  $-3 < x < 2$ ，故函数的定义域是  $(-3, 2)$ ，

令  $t = -x^2 - x + 6 = -(x + \frac{1}{2})^2 + \frac{25}{4}$ ，则函数  $t$  在  $(-3, -\frac{1}{2})$  上递增，在  $[-\frac{1}{2}, 2)$  上递减，

又因函数  $y = \log_3 t$  在定义域上单调递增；

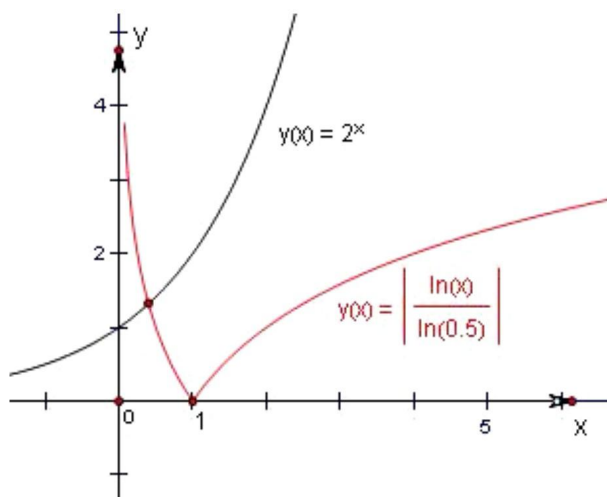
故由复合函数的单调性知  $y = \log_3 (6 - x - x^2)$  的单调递减区间是  $[-\frac{1}{2}, 2)$ .

故选：A.

12. 函数  $f(x) = 2^{-x} \cdot |\log_{0.5} x| - 1$  的零点个数是 ( )

- A. 4      B. 3      C. 2      D. 1

【解答】解：作函数图象如下，



函数  $f(x) = 2^{-x} |\log_{0.5} x| - 1$

当  $x > 1$  时,

函数化为  $f(x) = 2^{-x} \log_2 x - 1$

令  $2^{-x} \log_2 x - 1 = 0$

可得:  $\log_2 x = 2^x$ , 方程无解,

当  $0 < x < 1$  时,

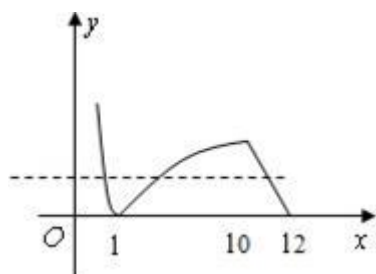
函数化为  $f(x) = 2^{-x} \log_{0.5} x - 1$

令  $2^{-x} \log_{0.5} x - 1 = 0$

可得:  $2^x = \log_{0.5} x$ , 方程有一个解,

所以函数  $f(x) = 2^{-x} |\log_{0.5} x| - 1$  的零点个数有 1 个.

故选: D.



## 二. 填空题 (共 4 小题)

13. 已知函数  $f(x)$  是定义在  $\mathbb{R}$  上的奇函数, 当  $x \in (-\infty, 0)$  时,  $f(x) = 2x^3 + x^2$ ,

则  $f(2) = \underline{12}$ .

【解答】解:  $\because$  当  $x \in (-\infty, 0)$  时,  $f(x) = 2x^3 + x^2$ ,

$\therefore f(-2) = -12$ ,

又  $\because$  函数  $f(x)$  是定义在  $\mathbb{R}$  上的奇函数,

$\therefore f(2) = 12$ ,

故答案为：12

14. 已知  $f(x)$  是  $\mathbb{R}$  上的偶函数，且在  $[0, +\infty)$  上单调递减， $f(1)=0$ ，则不等式  $f(x) > 0$  的解集为  $\{x | -1 < x < 1\}$ .

【解答】解：根据题意，由于  $f(1)=0$ ，则  $f(x) > 0 \Leftrightarrow f(x) > f(1)$ ，  
 $f(x)$  是  $\mathbb{R}$  上的偶函数，且在  $[0, +\infty)$  上单调递减，  
则  $f(x) > f(1) \Leftrightarrow f(|x|) > f(1) \Leftrightarrow |x| < 1$ ，  
解可得：  $-1 < x < 1$ ，  
则不等式  $f(x) > 0$  的解集为  $\{x | -1 < x < 1\}$ ；  
故答案为：  $\{x | -1 < x < 1\}$ .

15. 函数  $y=f(x)$  的定义域是  $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ ，则函数  $y=f(\log_2 x)$  的定义域为\_\_\_\_\_.

【解答】解：

由题意知  $\frac{1}{2} \leq \log_2 x \leq 2$ ，即

$$\log_2 \sqrt{2} \leq \log_2 x \leq \log_2 4,$$

$$\therefore \sqrt{2} \leq x \leq 4.$$

故答案为：  $[\sqrt{2}, 4]$ .

16. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} |\lg x|, & 0 < x \leq 10 \\ -\frac{1}{2}x+6, & x > 10 \end{cases}$ ，若  $a, b, c$  互不相等，且  $f(a)=f(b)=f(c)$ ，则  $abc$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

【解答】解：作出函数  $f(x)$  的图象如图，  
不妨设  $a < b < c$ ，则  $-\lg a = \lg b = -\frac{1}{2}c+6 \in (0, 1)$   
 $ab=1$ ， $0 < -\frac{1}{2}c+6 < 1$ ，  
则  $abc=c \in (10, 12)$ .

### 三. 解答题（共 4 小题）

17. （10 分）计算：



$$(1) \left(2\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} - (-9.5)^0 - \left(3\frac{3}{8}\right)^{-\frac{2}{3}} + \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$$

$$(2) \log_3 \frac{\sqrt[4]{27}}{3} + \lg 25 + \lg 4 + 5^{\log_5 2}$$

【解答】

(1)原式

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{3}{2}\right)^{2 \times \frac{1}{2}} - 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{-3 \times \left(-\frac{2}{3}\right)} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-1 \times (-2)} \\ &= \frac{3}{2} - 1 - \frac{4}{9} + \frac{4}{9} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{原式} &= \log_3 \frac{3^{\frac{3}{4}}}{3} + \lg(25 \times 4) + 2 \\ &= \log_3 3^{-\frac{1}{4}} + \lg 10^2 + 2 \\ &= -\frac{1}{4} + 2 + 2 \\ &= \frac{15}{4} \end{aligned}$$

18. 设函数  $f(x) = x^2 - 2ax - 8a^2$  ( $a > 0$ ), 记不等式  $f(x) \leq 0$  的解集为  $A$ .

(1) 当  $a=1$  时, 求集合  $A$ ;

(2) 若  $(-1, 1) \subseteq A$ , 求实数  $a$  的取值范围.

【解答】解: (1) 当  $a=1$  时,  $f(x) = x^2 - 2x - 8$ ,

由不等式  $x^2 - 2x - 8 \leq 0$ , 化为  $(x-4)(x+2) \leq 0$ ,

解得  $-2 \leq x \leq 4$ ,

$\therefore$  集合  $A = \{x \mid -2 \leq x \leq 4\}$ .

(2)  $\because x^2 - 2ax - 8a^2 \leq 0$ ,

$\therefore (x-4a)(x+2a) \leq 0$ ,

又  $\because a > 0$ ,  $\therefore -2a \leq x \leq 4a$ ,  $\therefore A = [-2a, 4a]$ .

又  $\because (-1, 1) \subseteq A$ ,

$\therefore \begin{cases} -1 \geq -2a \\ 1 \leq 4a \end{cases}$ , 解得  $a \geq \frac{1}{2}$ ,

$\therefore$  实数  $a$  的取值范围是  $[\frac{1}{2}, +\infty)$ .

19. 设  $f(x) = x - \frac{4}{x}$

(1) 讨论  $f(x)$  的奇偶性;

(2) 判断函数  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上的单调性并用定义证明.

【解答】解: (1) 函数的定义域为  $\{x \mid x \neq 0\}$ .

因为  $f(-x) = -x - \frac{4}{-x} = -\left(x - \frac{4}{x}\right) = -f(x)$ ,

所以  $f(x)$  是奇函数.

(2)  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上是增函数.

证明: 设  $0 < x_1 < x_2$ , 则  $f(x_1) - f(x_2) = \left(x_1 - \frac{4}{x_1}\right) - \left(x_2 - \frac{4}{x_2}\right) = \frac{(x_1 - x_2)(x_1 x_2 + 4)}{x_1 x_2}$ .

因为  $0 < x_1 < x_2$ , 所以  $x_1 - x_2 < 0$ ,  $x_1 x_2 > 0$ ,  $x_1 x_2 + 4 > 0$ , 所以  $f(x_1) - f(x_2) < 0$ ,

即  $f(x_1) < f(x_2)$ ,

故  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递增.

20. 已知指数函数  $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ , 当  $x \in (0, +\infty)$  时,  $y > 1$ ;

(1) 求  $a$  的取值范围;

(2) 解关于  $x$  的不等式  $\log_a(x-1) \leq \log_a(x^2+x-6)$ .

【解答】解:  $\because y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$  在  $x \in (0, +\infty)$  时, 有  $y > 1$ ,  $\therefore \frac{1}{a} > 1$

, 即  $0 < a < 1$ ,

于是由  $\log_a(x-1) \leq \log_a(x^2+x-6)$ , 得

$$\begin{cases} x-1 \geq x^2+x-6 \\ x^2+x-6 > 0 \end{cases},$$

21. 某服装厂 解得  $2 < x \leq \sqrt{5}$ ,

为 60 元. 该

厂为鼓励销

购一件, 订

购的全部用

$\therefore$  不等式的解集为  $\{x | 2 < x \leq \sqrt{5}\}$ .

一次订购量

不会超过 500 件.

(1) 设一次订购量为  $x$  件, 服装的实际出厂单价为  $P$  元, 写出函数  $P=f(x)$  的表达式;

(2) 当销售商一次订购了 450 件服装时, 该服装厂获得的利润是多少元?

(服装厂售出一件服装的利润=实际出厂单价 - 成本)

【解答】解: (1) 当  $0 < x \leq 100$ ,  $x \in \mathbb{N}$  时,  $P=60$ .

当  $100 < x \leq 500$ ,  $x \in \mathbb{N}$  时,  $P=60-0.02(x-100)=62-\frac{x}{50}$

$$\therefore P=f(x)=\begin{cases} 60 & 0 < x \leq 100 \\ 62-\frac{x}{50} & 100 < x \leq 500 \end{cases} \quad (x \in \mathbb{N}).$$

(2) 设销售商的一次订购量为  $x$  件时, 工厂获得的利润为  $L$  元,

$$\text{则 } L=(P-40)x=\begin{cases} 20x & 0 < x \leq 100 \\ 22x-\frac{x^2}{50} & 100 < x \leq 500 \end{cases} \quad (x \in \mathbb{N})$$

当  $x=450$  时,  $L=5850$

因此, 当销售商一次订购了 450 件服装时, 该厂获得的利润是 5850 元;

22. 已知函数  $f(x)=b \cdot a^x$  ( $a, b$  为常数且  $a > 0, a \neq 1$ ) 的图象经过点  $A(1, 8)$ ,  $B(3, 32)$

(1) 试求  $a, b$  的值;

(2) 若不等式  $(\frac{1}{a})^x + (\frac{1}{b})^x - m \geq 0$  在  $x \in (-\infty, 1]$  时恒成立, 求实数  $m$  的取值范围.

**【解答】**解: (1)  $\because$  函数  $f(x)=b \cdot a^x$ , (其中  $a, b$  为常数且  $a > 0, a \neq 1$ ) 的图象经过点  $A(1, 8)$ ,  $B(3, 32)$ ,

$$\therefore \begin{cases} a \cdot b = 8 \\ a^3 \cdot b = 32 \end{cases},$$

解得  $a=2, b=4$ ,

$$\therefore f(x)=4 \cdot (2)^x=2^{x+2},$$

$$(2) \text{ 设 } g(x) = (\frac{1}{a})^x + (\frac{1}{b})^x = (\frac{1}{2})^x + (\frac{1}{4})^x,$$

$y=g(x)$  在  $\mathbb{R}$  上是减函数,

$$\therefore \text{当 } x \leq 1 \text{ 时, } g(x)_{\min} = g(1) = \frac{3}{4}.$$

若不等式  $(\frac{1}{a})^x + (\frac{1}{b})^x - m \geq 0$  在  $x \in (-\infty, 1]$  时恒成立,

$$\text{即 } m \leq \frac{3}{4}$$