

普通高等学校招生全国统一考试 仿真模拟(十二)

文科数学

本试卷共 8 页,24 题(含选考题)。全卷满分 150 分。考试用时 150 分钟。

★祝考试顺利★

注意事项:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分. 其中第 II 卷第(22)题~第(24)题为选考题,其它题为必考题.
2. 答题前,考生务必将密封线内项目填写清楚. 考生作答时,请将答案答在答题卡上. 必须在题号所指示的答题区域作答,超出答题区域书写的答案无效,在试题卷、草稿纸上答题无效.
3. 做选考题时,考生须按照题目要求作答,并用 2B 铅笔在答题纸上把所选题号的题目涂黑.
4. 考试结束后,将本试题和答题纸一并交回.

第 I 卷(选择题,共 60 分)

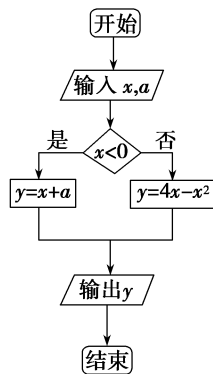
一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. (2017·郑州市三预)设复数 $\frac{i-2}{1+i}=a+bi(a,b\in\mathbf{R})$, 则 $a+b=$ ()
A. 1 B. 2 C. -1 D. -2
2. 设集合 $A=\{x|y=\lg(4-2x)\}$, 集合 $B=\{x|y=\sqrt{3-x}\}$, 则 $A\cap B=$ ()
A. $\{x|x\leq 2\}$ B. $\{x|x<2\}$ C. $\{x|x\leq 3\}$ D. $\{x|x<3\}$
3. 已知 $\cos^2\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)=\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$, 则 $\cos x$ 等于 ()
A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$
4. 圆 $x^2+(y-m)^2=5$ 与双曲线 $x^2-\frac{y^2}{4}=1$ 的渐近线相切, 则正实数 $m=$ ()
A. 5 B. 1 C. $5\sqrt{5}$ D. $\sqrt{5}$
5. 已知甲乙两名篮球运动员近几场比赛得分统计成茎叶图如图, 甲乙两人的平均数与中位数分别相等, 则 $x:y$ 为 ()

甲				乙
5			1	8
5	x	1	2	y 3

- A. 3:2 B. 2:3 C. 3:1 或 5:3 D. 3:2 或 7:5

6. 执行如图的程序框图, 如果输入的 $x \in [-1, 3]$, 输出的 $y \in [0, 4]$, 则输入的 a 的取值范围为 ()



- A. $[-3, 4]$ B. $[1, 4]$ C. $[-3, 0]$ D. $[0, 1]$

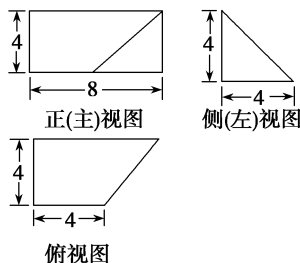
7. 若实数 x, y 满足 $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1, \\ 2x - y \geq 0, \end{cases}$ 则 $z = x + y$ 的最大值是 ()

- A. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\sqrt{2}$ D. 1

8. 若直线 $y = ax$ 是曲线 $y = 2\ln x + 1$ 的一条切线, 则实数 $a =$ ()

- A. $e^{-\frac{1}{2}}$ B. $2e^{-\frac{1}{2}}$ C. $e^{\frac{1}{2}}$ D. $2e^{\frac{1}{2}}$

9. (2017 · 衡水中学二模) 已知某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积等于 ()



- A. $\frac{160}{3}$ B. 160 C. $64 + 32\sqrt{2}$ D. 60

10. 已知定义在 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f\left(x + \frac{5}{2}\right) + f(x) = 0$, 当 $-\frac{5}{4} \leq x \leq 0$ 时, $f(x) = 2^x + a$, 则 $f(16)$ 的值为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $-\frac{3}{2}$

11. (2017 · 佛山质检) 已知椭圆 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的焦距为 $2c$, 左焦点为 F , 若直线 $y = x + c$ 与椭圆交于 A, B 两点, 且 $|AF| = 3|FB|$, 则椭圆的离心率为 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

12. (2017 · 安康市二模) 若存在 $x \in (0, +\infty)$, 使不等式 $e^x(x^2 - x + 1)(ax + 3a - 1) < 1$ 成立, 则 ()

- A. $0 < a < \frac{1}{3}$ B. $a < \frac{2}{e+1}$ C. $a < \frac{2}{3}$ D. $a < \frac{1}{3}$

第Ⅱ卷(非选择题,共90分)

本卷包括必考题和选考题两部分,第13题~第21题为必考题,每个试题考生都必须作答,第22题~第24题为选考题,考生根据要求作答.

二、填空题(本大题共4小题,每小题5分,共20分.把答案填在答题纸上)

13. (2017·吉林市三调) 设 $f(x) = \begin{cases} x-2, & x \geq 5, \\ f[f(x+6)], & x < 5, \end{cases}$ 则 $f(1) = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. (2017·南京市二模) 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的最小正周期为 π , 且它的图象过点 $(-\frac{\pi}{12}, -\sqrt{2})$, 则 φ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. (2017·石家庄市二模) 在球 O 的内接四面体 $A-BCD$ 中, $AB=6, AC=10, \angle ABC = \frac{\pi}{2}$, 且四面体 $A-BCD$ 体积的最大值为 200, 则球 O 的半径为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $b=1, c=2, \angle C=60^\circ$, 若 D 是边 BC 上一点且 $\angle B = \angle DAC$, 则 $AD = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题(本大题共6小题,共70分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分12分)

(2017·唐山市二模) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1=2, 2S_n=(n+1)^2 a_n - n^2 a_{n+1}$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1=1, b_n b_{n+1} = \lambda \cdot 2^{a_n}$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

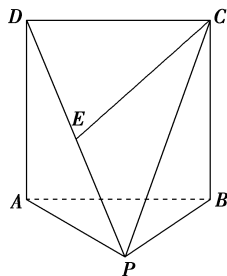
(2) 是否存在正实数 λ , 使得 $\{b_n\}$ 为等比数列? 并说明理由.

18. (本小题满分12分)

如图, P 为正方形 $ABCD$ 外一点, $PB \perp$ 平面 $ABCD, PB=AB=2, E$ 为 PD 中点.

(1) 求证: $PA \perp CE$;

(2) 求四棱锥 $P-ABCD$ 的表面积.



19. (本小题满分12分)

某商场举行购物抽奖活动, 抽奖箱中放有编号分别为 1, 2, 3, 4, 5 的五个小球, 小球除编号不同外, 其余均相同.

活动规则如下: 从抽奖箱中随机抽取一球, 若抽到的小球编号为 3, 则获得奖金 100 元; 若抽到的小球编号为偶数, 则获得奖金 50 元; 若抽到其余编号的小球, 则不中奖.

现某顾客依次有放回的抽奖两次.

(1) 求该顾客两次抽奖后都没有中奖的概率;

(2) 求该顾客两次抽奖后获得奖金之和为 100 元的概率.

20. (本小题满分 12 分)

(2017 · 武汉市模拟) 已知双曲线 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 经过点 $P(2, 1)$, 且其中一焦点 F 到一条渐近线的距离为 1.

(1) 求双曲线 Γ 的方程;

(2) 过 P 作两条相互垂直的直线 PA, PB 分别交双曲线 Γ 的于 A, B 两点, 求点 P 到直线 AB 距离的最大值.

21. (本小题满分 12 分)

(2017 · 太原市模拟) 已知函数 $f(x) = 2\ln x - x^2 + ax (a \in \mathbf{R})$.

(1) 若函数 $f(x)$ 的图象在 $x=2$ 处切线的斜率为 -1 , 且不等式 $f(x) \geq 2x + m$ 在 $[\frac{1}{e}, e]$ 上有解, 求实数 m 的取值范围;

(2) 若函数 $f(x)$ 的图象与 x 轴有两个不同的交点 $A(x_1, 0), B(x_2, 0)$, 且 $0 < x_1 < x_2$, 求证: $f'(\frac{x_1 + x_2}{2}) < 0$ (其中 $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数).

请考生在第 22、23 两题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分. 作答时请写清题号.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程是 $\begin{cases} x = 1 + t \cos \alpha, \\ y = t \sin \alpha, \end{cases}$ (t 为参数, $0 \leq \alpha < \pi$), 以坐标原点为极点, x 轴非

负半轴为极轴建立极坐标系, 圆 C 的极坐标方程 $\rho = -4 \cos \theta$, 圆 C 的圆心到直线 l 的距离为 $\frac{3}{2}$.

(1) 求 α 的值;

(2) 已知 $P(1, 0)$, 若直线 l 与圆 C 交于 A, B 两点, 求 $\frac{1}{|PA|} + \frac{1}{|PB|}$ 的值.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |2x - a| + a$.

(1) 当 $a = 2$ 时, 求不等式 $f(x) \leq 6$ 的解集;

(2) 设函数 $g(x) = |2x - 1|$. 当 $x \in \mathbf{R}$ 时, $f(x) + g(x) \geq 3$, 求 a 的取值范围.