

2017—2018—2 模拟考试 7
数学试题(文科)

(满分: 150 分, 考试时间: 120 分钟)

一、选择题(共 12 小题, 每小题 5 分, 计 60 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

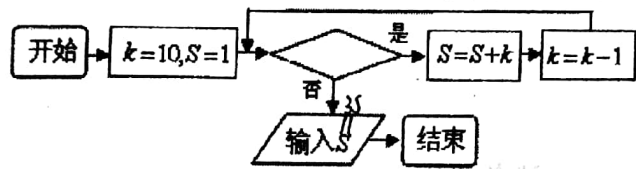
1. 已知集合 $A = \{x | \log_2 x < 2\}$, $B = \{x | 0 < x < 2\}$, 则 $C_A B = (D)$

- A. \emptyset B. $\{x | x \leq 0 \text{ 或 } x \geq 2\}$ C. $\{x | 0 < x < 2\}$ D. $\{x | 2 \leq x < 4\}$

2. 在用二分法求方程 $x^3 - 2x - 1 = 0$ 的一个近似解时, 现在已经将一根锁定在 $(1, 2)$ 内, 则下一步可断定该根所在的区间为 (B) (取区间中点)

$f(1) = -2 < 0$, $f(2) = 3 > 0$
 $x^2 - 2 = 0$, $x_1 + x_2 = 0$, $x_1 x_2 = -3$
 $x = \frac{2}{3}$, $x = \frac{2}{3} \cdot 8 - 4 - 1 = 3$

3. 若下框图所给的程序运行结果为 $S = 35$, 那么判断框中应填入的关于 k 的条件是 (B)



- A. $k \geq 6$ B. $k \geq 7$ C. $k \geq 8$ D. $k \geq 5$

4. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{2-a^2} = 1$ 的离心率为 $\sqrt{2}$, 则 a 的值为 (A) C

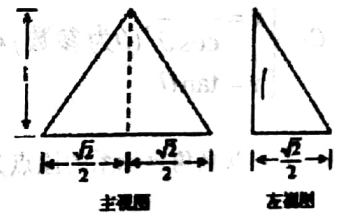
- A. 1 B. -2 C. 1 或 -2 D. -1

5. 对于函数 $y = f(x), x \in R$, " $y = |f(x)|$ 的图象关于 y 轴对称"是 " $y = f(x)$ 是奇函数"的 (B)

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要

6. 某三棱锥的三视图如图所示, 则三棱锥的四个面中面积最大的是 (D)

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$



7. 某公司为激励创新, 计划逐年加大研发奖金投入. 若该公司 2015 年全年投入研发奖金 130 万元, 在此基础上, 每年投入的研发奖金比上一年增长 12%, 则该公司全年投入的研发奖金开始超过 200 万元的年份是 (B)

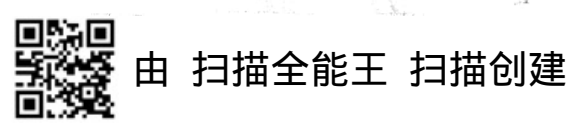
(参考数据: $\lg 1.12 = 0.05$, $\lg 1.3 = 0.11$, $\lg 2 = 0.30$)

- A. 2018 年 B. 2019 年 C. 2020 年 D. 2021 年

$130(1+12\%)^{n-1} > 200$
 $1.12^{n-1} > \frac{200}{130}$
 $\lg 1.12^{n-1} > \lg \frac{200}{130}$
 $(n-1) \lg 1.12 > \lg \frac{200}{130}$

8. 设集合 $M = \{y | y = |\cos^2 x - \sin^2 x|, x \in R\}$, $N = \{x | |x - \frac{1}{i}| < \sqrt{2}, i \text{ 为虚数单位}, x \in R\}$, 则 $M \cap N$ 为 (A)

- A. $[0, 1]$ B. $(0, 1]$ C. $(0, 1)$ D. $[0, 1]$



9. 设函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, \varphi > 0$) 的最小正周期为 π ，且对任意实数 x ，不等式 $f(x) \leq f\left(\frac{\pi}{8}\right)$

恒成立，则下列说法不正确的是 (C)

A. 函数 $f(x)$ 的一个零点为 $x = -\frac{\pi}{8}$

B. 曲线 $y = f(x)$ 的一条对称轴方程为 $x = \frac{\pi}{8}$

C. 函数 $f(x)$ 在区间 $\left(\frac{3\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}\right)$ 上单调递增

D. 函数 $y = f\left(x + \frac{\pi}{8}\right)$ 是偶函数

10. 已知 A, B 是函数 $y = 2^x$ 的图象上的相异两点. 若点 A, B 到直线 $y = \frac{1}{2}$ 的距离相等, 则点 A, B 的横

坐标之和的取值范围是 (B)

A. $(-\infty, -1)$

B. $(-\infty, -2)$

C. $(-\infty, -3)$

D. $(-\infty, -4)$

11. 现有 n 个小球, 甲、乙两位同学轮流且不放回抓球, 每次最少抓 1 个球, 最多抓 3 个球, 规定谁抓到最后一个球赢. 如果甲先抓, 那么下列推断正确的是 (C)

若 $n=4$, 则甲有必赢的策略

B. 若 $n=6$, 则乙有必赢的策略

若 $n=5$, 则甲有必赢的策略

D. 若 $n=7$, 则乙有必赢的策略

12. 如图所示, 正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的棱长为 1, E, F 分别是棱 AA', CC' 的中点, 过直线 E, F 的平面

分别与棱 BB', DD' 交于 M, N , 设 $BM = x, x \in (0, 1)$, 给出以下四个命题:

① 四边形 $MENF$ 为平行四边形;

② 若四边形 $MENF$ 面积 $s = f(x), x \in (0, 1)$, 则 $f(x)$ 有最小值;

③ 若四棱锥 $A-MENF$ 的体积 $V = p(x), x \in (0, 1)$, 则 $p(x)$ 是常函数;

④ 若多面体 $ABCD-MENF$ 的体积 $V = h(x), x \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$,

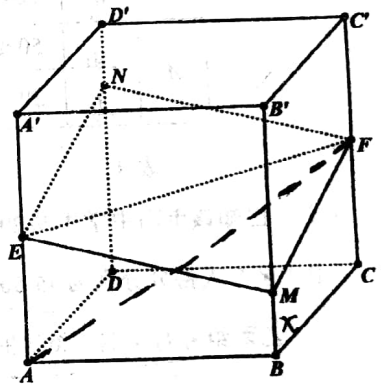
则 $h(x)$ 为单调函数. 其中假命题为 (A)

A. ④

B. ③

C. ②

D. ①



二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分) $a^2 = 2ab = 2 \quad ab = -\frac{1}{2}$
 $-2ab = 1$

13. 已知单位向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $\vec{a} \cdot (\vec{a} - 2\vec{b}) = 2$, 则向量 \vec{a}, \vec{b} 夹角的大小为 $\frac{\pi}{3}$.

14. 已知 F 是抛物线 $y^2 = x$ 的焦点, A, B 是该抛物线上的两点, $|AF| + |BF| = 3$, 则线段 AB 的中点到 y 轴的距离为 $\frac{1}{2}$.

15. 已知点 $M(x, y)$ 满足条件 $\begin{cases} x \geq 0 \\ x \geq y \\ 2x + y + k \leq 0 \end{cases}$ (k 为常数), 若 $x + 3y$ 的最大值为 12, 则 $k = -12$.

16. 已知 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 三个内角 A, B, C 的对边, 若 $\cos B = \frac{4}{5}, a = 10, \triangle ABC$ 的面积为 42, 则 $b + \frac{a}{\sin A}$ 的值等于 14 .



三、解答题 (本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 12 分) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 首项 $a_1=1$, 且 $\frac{S_{2018}}{2018} - \frac{S_{2017}}{2017} = 1$.

(I) 求等差数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 在等比数列 $\{b_n\}$ 中, $b_n = a_n (n \in \mathbb{N}^*)$, 若 $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 5$, 求数列 $\{\lambda_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

$$\frac{S_n}{n} = na_1 + \frac{n(n-1)d}{2} = a_1 + (n-1)\frac{d}{2} = 1 + \frac{(n-1)d}{2}$$

$$\frac{S_{2018}}{2018} = 1 + \frac{2017d}{2} = 1 + \frac{S_{2017}}{2017}$$

$$\frac{n(n-1)d}{2} = \frac{2018 \cdot 2017 d}{2} = S_{2017} + a_{2018} = \frac{S_{2017}}{2017} \cdot 2017 + a_{2018} = 1$$

18. (本小题满分 12 分) 某市高中全体学生参加某项测评, 按得分评为 A, B 两类 (评定标准见表 1). 根据男女学生比例, 使用分层抽样的方法随机抽取了 10000 名学生的得分数据, 其中等级为 A_1 的学生中有 40% 是男生, 等级为 A_2 的学生中有一半是女生. 等级为 A_1 和 A_2 的学生统称为 A 类学生, 等级为 B_1 和 B_2 的学生统称为 B 类学生. 整理这 10000 名学生的得分数据, 得到如图 2 所示的频率分布直方图.

类别		得分 (x)
B	B_1	$80 \leq x < 90$
	B_2	$70 \leq x < 80$
A	A_1	$50 \leq x < 70$
	A_2	$20 \leq x < 50$

表 1

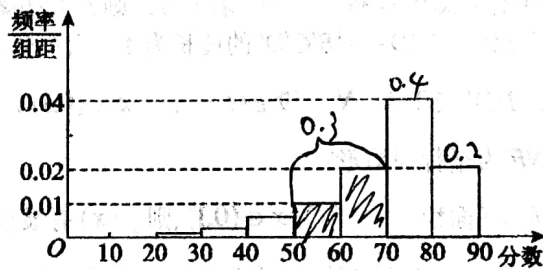


图 2

(I) 已知该市高中学生共 20 万人, 试估计在该项测评中被评为 A 类学生的人数;

(II) 某 5 人得分分别为 45, 50, 55, 75, 85. 从这 5 人中随机选取 2 人组成甲组, 另外 3 人组成乙组, 求“甲、乙两组各有 1 名 B 类学生”的概率;

(III) 在这 10000 名学生中, 男生占总数的比例为 51%, B 类女生占女生总数的比例为 k_1 , B 类男生占男生总数的比例为 k_2 . 判断 k_1 与 k_2 的大小. (只需写出结论)

$$(10000 \times 51\% = 5100)$$

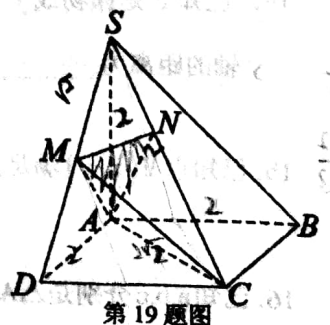
$$\sqrt{2} = 2\sqrt{3}$$

19. (本小题满分 12 分) 如图, 在四棱锥 $S-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是正方形,

$SA = AB = 2$, 点 M 是 SD 的中点, $AN \perp SC$, 且交 SC 于点 N .

(I) 求证: $SB \parallel$ 平面 ACM ;

(II) 求证: 直线 $SC \perp$ 平面 AMN ;



第 19 题图



20. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = \sqrt{2}e^x \sin x$ ($0 < x < \pi$), $g(x) = (x-1)\ln x + m$ ($m \in \mathbf{R}$)

(I) 求 $f(x)$ 的单调区间;

$$\sqrt{2}e^x \sin x + \sqrt{2}e^x \cos x$$

(II) 求证: 1 是 $g(x)$ 的唯一极小值点;

$$-\sqrt{2}e^x (\sin x + \cos x) = 2e^x \sin(x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

(III) 若存在 $a, b \in (0, \pi)$, 满足 $f(a) = g(b)$, 求 m 的取值范围. (只需写出结论)

$$x = \frac{3\pi}{4}$$

$$(0, \frac{3\pi}{4}) \cup (\frac{3\pi}{4}, \pi)$$

21. (本小题满分 12 分) 已知圆 $C_1: x^2 + y^2 = 1$, 圆 $C_2: x^2 + y^2 = 4$, O 为坐标原点, A 是圆 C_2 上的动点, 线段 OA 与圆 C_1 交于点 B , 动点 P 满足 $AP \perp x$ 轴, 且 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = 0$.

(I) 求动点 P 的轨迹 E 的方程;

(II) 若圆 C_1 的切线 l 交圆 C_2 于点 C, D , 交轨迹 E 于点 M, N , 点 F, G 分别是线段 CD 与 MN 的中点,

求 $\frac{|OG|}{|OF|}$ 的取值范围.

选考部分

请考生第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中, 设倾斜角为 α 的直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 3 + t \cos \alpha \\ y = t \sin \alpha \end{cases}$ (t 为参数), 直线 l 与曲线

$C: \begin{cases} x = \frac{1}{\cos \theta} \\ y = \tan \theta \end{cases}$ (θ 为参数) 相交于不同的两点 A, B .

$$\begin{cases} t \cos \alpha = x - 3 \\ t \sin \alpha = y \end{cases} \quad \begin{cases} \cos \alpha = \frac{x-3}{t} \\ \sin \alpha = \frac{y}{t} \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3 + \frac{1}{\cos \theta} \\ y = \tan \theta \end{cases}$$

(I) 以直角坐标系的原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立平面极坐标系. 若 $\alpha = \frac{\pi}{3}$, 求线段 AB 中点的极坐标;

(II) 若直线 l 的斜率为 2, 且过点 $P(3,0)$, 求 $|PA| \cdot |PB|$ 的值.

23. (本小题满分 10 分) 不等式选讲

已知 $a > 0, b > 0$, 函数 $f(x) = |x+a| + |2x-b|$ 的最小值为 1.

(I) 证明: $2a+b=2$;

(II) 若 $a+2b \geq tab$ 恒成立, 求实数 t 的最大值.



2017—2018—2 模考 7

数学 (文科) 参考答案

一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题意)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	D	B	C	B	D	B	A	C	B	C	A

二、填空题 (共 4 题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. $\frac{2\pi}{3}$ 14. $\frac{5}{4}$ 15. -9 16. $16\sqrt{2}$

三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分)

17. (本小题满分 12 分)

解: (I) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d ,

因为 $\frac{S_n}{n} = \frac{na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d}{n} = a_1 + (n-1)\frac{d}{2} = 1 + (n-1)\frac{d}{2}$,2 分

所以 $\frac{S_{2018}}{2018} - \frac{S_{2017}}{2017} = \frac{d}{2} = 1$, 所以 $d=2$,5 分

故等差数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n = 2n-1 (n \in N^*)$ 6 分

(II) 由 (I) 可得, $b_1 = a_2 = 3, b_2 = a_5 = 9$, 所以等比数列 $\{b_n\}$ 得公比为 3,7 分

则数列 $\{b_n\}$ 的通项公式 $b_n = 3^n (n \in N^*)$,9 分

又由已知得 $b_n = a_{\lambda_n} = 2\lambda_n - 1$, 所以 $2\lambda_n - 1 = 3^n$, 即 $\lambda_n = \frac{1}{2}(3^n + 1)$,10 分

所以数列 $\{\lambda_n\}$ 的前 n 项和 $T_n = \frac{1}{2} \left(\frac{3(3^n - 1)}{3 - 1} + n \right) = \frac{1}{4} \cdot 3^{n+1} + \frac{2n-3}{4} (n \in N^*)$12 分

18. (本小题满分 12 分)

解: (I) 依题意得, 样本中 B 类学生所占比例为

$(0.02 + 0.04) \times 10 = 60\%$,1 分

所以 A 类学生所占比例为 40%.2 分

因为全市高中学生共 20 万人, 所以在该项测评中被评为 A 类学生的人数约为 8 万人.3 分

(II) 由表 1 得, 在 5 人 (记为 a, b, c, d, e) 中, B 类学生有 2 人 (不妨设为 b, d). 将他们按要求分成

两组, 分组的方法依次为: $(ab, cde), (ac, bde), (ad, bce), (ae, bcd), (bc, ade), (bd, ace), (be, acd), (cd, abe),$

$(ce, abd), (de, abc)$ 共为 10 种.6 分



甲乙两组各有一名B类学生方法6种

.....8分

所以“甲、乙两组各有一名B类学生”的概率为 $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

.....9分

(III) $k_1 < k_2$.

.....12分

19. (本小题满分12分)

解: (I) 证明: 连结BD交AC于E, 连结ME.

\because ABCD是正方形, $\therefore E$ 是BD的中点.

$\because M$ 是SD的中点, $\therefore ME$ 是 $\triangle DSB$ 的中位线.

.....3分

$\therefore ME \parallel SB$.

又 $\because ME \subset$ 平面ACM, $SB \not\subset$ 平面ACM,

.....5分

$\therefore SB \parallel$ 平面ACM.

(II) 证明: $\because SA \perp$ 底面ABCD $CD \subset$ 平面ABCD $\therefore SA \perp CD \because CD \perp AD$

.....7分

又 $\because SA \cap DA = A \therefore DC \perp$ 平面SAD,

$\therefore AM \subset$ 平面SAD $\therefore AM \perp DC$.

.....8分

又 $\because SA = AD, M$ 是SD的中点, $\therefore AM \perp SD$. $SD \cap SC = S$

$\therefore AM \perp$ 平面SDC. $\therefore SC \perp AM$. 由已知 $SC \perp AN$, $AM \cap AN = A$

.....12分

$\therefore SC \perp$ 平面AMN.

20. (本小题满分12分)

解: (I) 因为 $f'(x) = \sqrt{2}(e^x \sin x + e^x \cos x)$

$$= 2e^x \sin(x + \frac{\pi}{4})$$

.....1分

令 $f'(x) = 0$, 得 $\sin(x + \frac{\pi}{4}) = 0$

因为 $0 < x < \pi$, 所以 $x = \frac{3}{4}\pi$ 2分

当 x 变化时, $f'(x)$, $f(x)$ 的变化情况如下:

x	$(0, \frac{3}{4}\pi)$	$\frac{3}{4}\pi$	$(\frac{3}{4}\pi, \pi)$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	增加	极大值	减少

故 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(0, \frac{3\pi}{4})$, $f(x)$ 的单调递减区间为 $(\frac{3\pi}{4}, \pi)$

..... 5分

(II) 证明: $\because g(x) = (x-1)\ln x + m \therefore g'(x) = \ln x - \frac{1}{x} + 1 (x > 0)$

..... 6分

设 $h(x) = g'(x) = \ln x - \frac{1}{x} + 1$, 则 $h'(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} > 0$

故 $g'(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 是单调递增函数.

..... 7分



$f(a) = g(b)$, 求 m 的取值范围. $= 2e^x \sin x$

又 $\because g'(1) = 0$, 故方程 $g'(x) = 0$ 只有唯一实根 $x = 1$ 8分

当 x 变化时, $g'(x)$, $g(x)$ 的变化情况如下:

x	$(0, 1)$	1	$(1, +\infty)$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	减少	极小值	增加

故 $g(x)$ 在 $x = 1$ 时取得极小值 $g(1) = m$, 即 1 是 $g(x)$ 的唯一极小值点.10分

(III) $m \leq e^4$

21. (本小题满分 12 分)12分

解: (I) 当直线 OA 的斜率存在时, 设其方程为: $y = kx$.

由 $\begin{cases} y = kx, \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$ 得, $y_B^2 = \frac{k^2}{1+k^2}$; 由 $\begin{cases} y = kx, \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$ 得, $x_A^2 = \frac{4}{1+k^2}$,2分

设动点 $P(x, y)$, 则由已知可得, $\begin{cases} x^2 = \frac{4}{1+k^2}, \\ y^2 = \frac{k^2}{1+k^2} \end{cases}$, 消去 k 得到方程: $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$3分

当直线 OA 的斜率不存在时, 可得 P 的坐标 $P(0, \pm 1)$ 也满足方程 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$,4分

所以, 动点 P 的轨迹 E 的方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$5分

(II) 设切线 l 的方程为: $x = m + ty$, 则 $\frac{|m|}{\sqrt{1+t^2}} = 1$, 即 $m^2 = 1 + t^2$6分

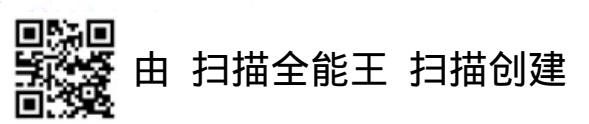
因为圆 C_1 与圆 C_2 是同心圆, 所以, 由圆的几何性质得, $|OF| = 1$, $\therefore \frac{|OG|}{|OF|} = |OG|$.

设 $G(x_0, y_0)$, 由 $\begin{cases} x = m + ty, \\ \frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \end{cases}$ 得, $(4+t^2)y^2 + 2mty + m^2 - 4 = 0$.

$\Delta = 4m^2t^2 - 4(4+t^2)(m^2 - 4) = 48 > 0$,

$y_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{-2mt}{4+t^2} = -\frac{mt}{4+t^2}$, $x_0 = m + ty_0 = m - \frac{mt^2}{4+t^2} = \frac{4m}{4+t^2}$,9分

$\therefore |OG|^2 = \frac{16m^2}{(4+t^2)^2} + \frac{m^2t^2}{(4+t^2)^2} = \frac{(16+t^2)(1+t^2)}{(4+t^2)^2}$,10分



令 $k = 4 + t^2 \geq 4$, 则 $|OG|^2 = \frac{(12+k)(k-3)}{k^2} = -\frac{36}{k^2} + \frac{9}{k} + 1 = -36\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{8}\right)^2 + \frac{25}{16}$,

由 $k \geq 4$ 得, $0 < \frac{1}{k} \leq \frac{1}{4}$, 所以 $1 \leq |OG|^2 \leq \frac{25}{16}$, 则 $1 \leq |OG| \leq \frac{5}{4}$.

当切线 l 斜率为 0 时, 点 F, G 重合, 则 $\frac{|OG|}{|OF|} = 1$.

综上所述可得, $\frac{|OG|}{|OF|}$ 的取值范围为 $\left[1, \frac{5}{4}\right]$12 分

22. (本小题满分 10 分)

解: (I) 由曲线 $C: \begin{cases} x = \frac{1}{\cos\theta} \\ y = \tan\theta \end{cases}$ (θ 为参数),

可得曲线 C 的普通方程是 $x^2 - y^2 = 1$2 分

当 $\alpha = \frac{\pi}{3}$ 时, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 3 + \frac{1}{2}t \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$ (t 为参数),3 分

代入曲线 C 的普通方程, 得 $t^2 - 6t - 16 = 0$,4 分

得 $t_1 + t_2 = 6$, 所以线段 AB 的中点对应的 $t = \frac{t_1 + t_2}{2} = 3$,

故线段 AB 的中点的直角坐标为 $\left(\frac{9}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$, 化为极坐标为 $\left(3\sqrt{3}, \frac{\pi}{6}\right)$6 分

(II) 将直线 l 的参数方程代入曲线 C 的普通方程,

化简得 $(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)t^2 + 6\cos\alpha t + 8 = 0$,7 分

则 $|PA| \cdot |PB| = |t_1 t_2| = \left| \frac{8}{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha} \right| = \left| \frac{8(1 + \tan^2\alpha)}{1 - \tan^2\alpha} \right|$,9 分

由已知得 $\tan\alpha = 2$, 故 $|PA| \cdot |PB| = \frac{40}{3}$10 分

23. (本小题满分 10 分)

解: (I) 证明: 由已知 $-a < \frac{b}{2}$

所以 $f(x) = |x+a| + |2x-b| = \begin{cases} -3x-a+b, & x < -a, \\ -x+a+b, & -a \leq x < \frac{b}{2}, \\ 3x+a-b, & x \geq \frac{b}{2} \end{cases}$,3 分

4

超出边框答题无效



由 扫描全能王 扫描创建

显然 $f(x)$ 在 $(-\infty, \frac{b}{2})$ 上单调递减, 在 $(\frac{b}{2}, +\infty)$ 上单调递增, 所以 $f(x)$ 的最小值为 $f(\frac{b}{2}) = a + \frac{b}{2}$,

所以 $a + \frac{b}{2} = 1$, 即 $2a + b = 2$5分

(II) 因为 $a + 2b \geq tab$ 恒成立, 所以 $t \leq \frac{a+2b}{ab}$ 恒成立,6分

$$\begin{aligned} \frac{a+2b}{ab} &= \frac{1}{b} + \frac{2}{a} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{b} + \frac{2}{a} \right) (2a+b) \\ &= \frac{1}{2} \left(5 + \frac{2a}{b} + \frac{2b}{a} \right) \geq \frac{1}{2} \left(5 + 2\sqrt{\frac{2a}{b} \cdot \frac{2b}{a}} \right) = \frac{9}{2}. \end{aligned} \quad \dots\dots\dots 9分$$

当且仅当 $a = b = \frac{2}{3}$ 时, $\frac{a+2b}{ab}$ 取得最小值 $\frac{9}{2}$, 所以 $t \leq \frac{9}{2}$, 即实数 t 的最大值为 $\frac{9}{2}$10分

