2019 届小艺高考预测卷【一】

理科数学

（考试时间：120 分钟　　试卷满分:150 分）

注意事项：

1．本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分。答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答第Ⅰ卷时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。写在本试卷上无效。

3．回答第Ⅱ卷时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

4．　考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷

一、选择题（本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的）．

1．已知集合 $A=\left\{x\left|x(2-x)>0\right.\right\}$，$B=\left\{x\left|\sqrt{x}(3-x)>0\right.\right\}$，则 $(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=$（

A．$(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$　　B．$(0,2]$

C．$[2,3)$　　D．$(0,3)$

2．若 $\dfrac{a+bi}{i}(a,b\in\mathbf{R})$ 与 $(2-i)^2$ 互为共轭复数，则 $a-b=$（　　）

A．1　　B．-1

C．7　　D．-7

3．盒子中有编号分别为 1,2,2,3,4,5,5 的 7 个不同的球，从中取出 3 个球，则所取 3 个球的编号的中位数恰为 4 的概率为（　　）

A．$\dfrac{3}{35}$　　B．$\dfrac{8}{35}$

C．$\dfrac{3}{7}$　　D．$\dfrac{4}{7}$

4．若圆 $x^2+y^2-3x-4y-5=0$ 关于直线 $ax-by=0\ (a>0,b>0)$ 对称，则双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 的离心率为（　　）

A．$\dfrac{4}{3}$　　B．$\dfrac{5}{3}$　　C．$\dfrac{5}{4}$　　D．$\dfrac{7}{4}$

5．已知△ABC 与△BCD 均为正三角形，且 AB=1，若平面 ABC 与平面 BCD 垂直，且异面直线 AB 和 CD 所成角为 θ，则 $\sin 2\theta=$（　　）

A．$\dfrac{\sqrt{15}}{8}$　　B．$-\dfrac{\sqrt{15}}{8}$　　C．$\dfrac{\sqrt{3}}{8}$　　D．$-\dfrac{\sqrt{3}}{8}$

6．若 $1<a<2$，则 $(a-1)^{\sqrt{a}},\left(\sqrt{a}-1\right)^{a},\log_{(a-1)}\left(\sqrt{a}-1\right),\log_{\left(\sqrt{a}-1\right)}a$ 的大小关系为（　　）

A．$(a-1)^{\sqrt{a}}>\left(\sqrt{a}-1\right)^{a}>\log_{(a-1)}\left(\sqrt{a}-1\right)>\log_{\left(\sqrt{a}-1\right)}a$

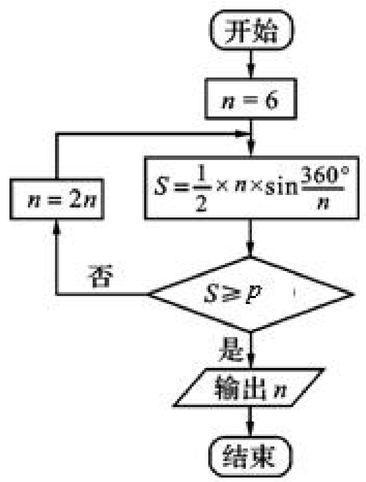
B．$\left(\sqrt{a}-1\right)^{a}>(a-1)^{\sqrt{a}}>\log_{(a-1)}a>\log_{(a-1)}\left(\sqrt{a}-1\right)$

C．$\log_{(a-1)}\left(\sqrt{a}-1\right)>\left(\sqrt{a}-1\right)^{a}>(a-1)^{\sqrt{a}}>\log_{\left(\sqrt{a}-1\right)}a$

D．$\log_{\left(\sqrt{a}-1\right)}a>\log_{(a-1)}\left(\sqrt{a}-1\right)>(a-1)^{\sqrt{a}}>\left(\sqrt{a}-1\right)^{a}$

7．三世纪中期，魏晋时期的数学家刘徽首创割圆术，为计算圆周率建立了严密的理论和完善的算法，所谓割圆术，就是用圆内接正多边形的面积去无限逼近圆面积并以此求取圆周率的方法.按照这样的思路，刘徽把圆内接正多边形的面积一直算到了正 3072 边形，并由此而求得了圆周率为 3.1415 和 3.1416 这两个近似数值.如图所示是利用刘徽的割圆术设计的程序框图，若输出的 n=24，则 p 的值可以是（　　）

（参考数据：$\sqrt{3}=1.732,\sin15^\circ\approx0.2588,\sin7.5^\circ\approx0.1305,\sin3.75^\circ\approx0.0654$）



A．2.6　　B．3　　C．3.1　　D．3.14

8．已知 $f(x)=\cos(\omega x+\varphi)(\omega>0)$，$f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数，若 $f(\alpha)=0$，$f'(\alpha)>0$，且 $f(x)$ 在 $[\alpha,\pi+\alpha)$ 上没有最小值，则 ω 的取值范围是（　　）

A. $\left(0,\frac{1}{2}\right)$　　B. $\left(0,\frac{3}{2}\right]$

C. $\left(1,\frac{3}{2}\right]$　　D. $(1,+\infty)$

9．已知实数 a,b 满足 $\begin{cases} a\ge 1 \\ b\ge 1 \\ \frac{a}{b}\le \frac{1}{2} \end{cases}$ ，则 $t=\frac{a}{b^2}$ 的最大值为(　　)

A. 4　　B. 2

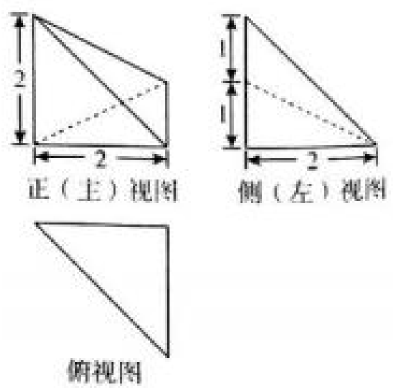
C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{4}$

10．若曲线 $y=\frac{2x}{x-1}$ 的对称中心在抛物线 C：$y^2=2px(p>0)$ 上，过抛物线 C 的焦点 F 的直线 l 与 C 交于 A,B 两点，则 $|AF|+2|BF|$ 的最小值为（　　）

A. $2\sqrt{2}$　　B. 6

C. 3　　D. $2\sqrt{2}+3$

11．某几何体的三视图如图所示，则该几何体外接球的表面积是（　　）



A. 8π　　B. 12π

C. 16π　　D. $\frac{25\pi}{2}$

12．已知 $x_1>x_2>\mathrm{e}$，给出下列结论：① $\frac{x_1-x_2}{\ln x_1-\ln x_2}>\mathrm{e}$；② $\frac{x_2}{x_1}\ln\frac{x_2}{x_1}\ge -\frac{1}{\mathrm{e}}$. 则（　　）

A. ①正确，②错误　　B. ①错误，②正确

C. ①②都正确　　D. ①②都错误

第II卷

本试卷包括必考题和选考题两部分．第 13 题～第 21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22 题～第 23 题为选考题，考生根据要求作答．

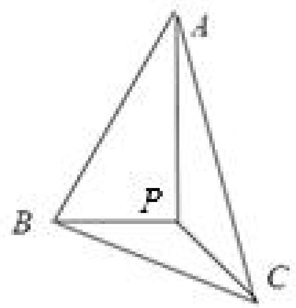
二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13．若 $\left(\frac{1}{x}-2\right)\left(a\sqrt[3]{x}+1\right)^5$ 的展开式中的常数项为 -12，则 a=_________.

14．$\triangle ABC$ 中，AB=1，AC=2，$|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|=\sqrt{3}$，若点 M 满足 $\overrightarrow{BM}=2\overrightarrow{MC}$，则 $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BC}=$_________.

15．已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^{x-1}-x$ 的零点为 α，$g(x)=\pi x-\cos\pi x+a$ 的零点为 β，若 $|\alpha-\beta|\le\frac{1}{3}$，则实数 a 的取值范围是_________.

16．如图，$\triangle ABC$ 中 $AB=2\sqrt{3}$，若点 P 为 $\triangle ABC$ 内一点，且 $AP=3$，$BP=CP=\sqrt{3}$，则 $\triangle ABC$ 的面积 S 的取值范围是_________.



三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17.（本小题满分 12 分）

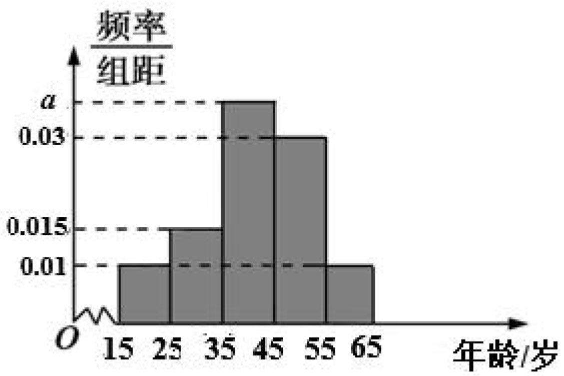
已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $a_n-2S_n=1$.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）若 $T_n=\sum_{i=1}^{n}na_n$，且 $\lambda a_n+\frac{1}{T_n}<3$ 对任意 $n\in\mathbf{N}^*$ 恒成立，求实数 λ 的取值范围.

18.（本小题满分 12 分）

第十二届全国人民代表大会第五次会议和政协第十二届全国委员会第五次会议(简称两会)将分别于 2017 年 3 月 5 日和 3 月 3 日在北京开幕.全国两会召开前夕，某网站推出两会热点大型调查，调查数据表明，民生问题是百姓最为关心的热点，参与调查者中关注此问题的约占 80%.现从参与者中随机选出 200 人，并将这 200 人按年龄分组：第 1 组 $[15,25)$，第 2 组 $[25,35)$，第 3 组 $[35,45)$，第 4 组 $[45,55)$，第 5 组 $[55,65)$，得到的频率分布直方图如图所示：



（1）现在要从年龄较小的第 1,2,3 组中用分层抽样的方法抽取 12 人，再从这 12 人中随机抽取 3 人赠送礼品，求抽取的 3 人中至少有1人年龄在第 3 组的概率；

（2）若从所有参与调查的人（人数很多）中任意选出 3 人，记关注民生问题的人数为 X，求 X 的分布列与期望；

（3）把年龄在第 1,2,3 组的居民称为青少年组，年龄在第 4,5 组的居民称为中老年组，若选出的 200 人中不关注民生问题的人中老年人有 10 人，问是否有 99% 的把握认为是否关注民生问题与年龄有关？

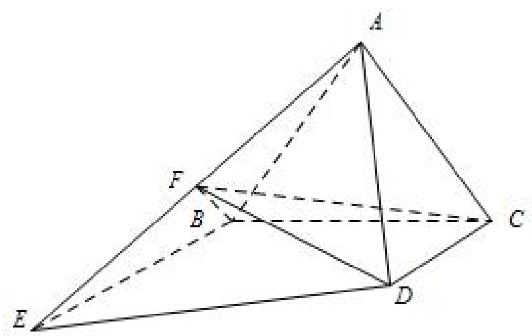
附：

$P(K^2\geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

19.（本小题满分 12 分）

如图所示，正三角形 ABC 所在平面与梯形 $BCDE$ 所在平面垂直，$BE\parallel CD$，$BE=2CD=4$，$BE\perp BC$，F 为棱 AE 的中点.



（1）求证：平面 $ABE\perp$ 平面 CDF；

（2）若直线 AD 与平面 ABC 所成角为 $45°$，求二面角 $B-CF-D$ 的余弦值.

20.（本小题满分 12 分）

已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 经过点 $(1,\dfrac{\sqrt{3}}{2})$，且椭圆 C 的离心率 $e=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）若点 M,N 是椭圆 C 上的两个动点，k_1,k_2 分别为直线 OM,ON 的斜率且 $k_1k_2=-\dfrac{1}{4}$，试探究 $\triangle OMN$ 的面积是否为定值，并说明理由.

21.（本小题满分 12 分）

已知 $f(x)=x\ln x+\dfrac{1}{x}$，$g(x)=xe^{1-ax}$.

（1）求 $g(x)$ 的单调区间；

（2）若 $a=1$，求满足 $f(x)=g\left(\dfrac{1}{x}\right)$ 的实数 x 的取值集合.

请考生在第 22、23 两题中任选一题作答.注意：只能做所选定的题目.如果多做，则按所做的第一个题目计分.

22.（本小题满分 10 分）选修 4-4：坐标系与参数方程

以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，已知曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2\left(1+3\sin^2\theta\right)=4$.

（1）求曲线 C 的参数方程；

（2）若曲线与 x 轴的正半轴及 y 轴的正半轴分别交于点 A，B，在曲线 C 上任取一点 P，且点 P 在第一象限，求四边形 $OAPB$ 面积的最大值.

23.（本小题满分 10 分）选修 4-5：不等式选讲

已知函数 $f(x)=\left|2x^2-a\right|$.

（1）若 $f(0)+f(1)>\dfrac{3|a|}{a}$，求实数 a 的取值范围；

（2）对任意 $|x|\leq 1$，$f(x)\leq 1$ 恒成立，求实数 a 的值.