

# 临沂四中高一数学月考试题

2018.10

一. 选择题 (本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。)

1. 若  $1 \in \{a, a+1, a^2\}$ , 则  $a$  的值是 ( )

A. 0    B. 1    C. -1    D. 0 或 1 或 -1

2. 下列表示正确的有 ( )

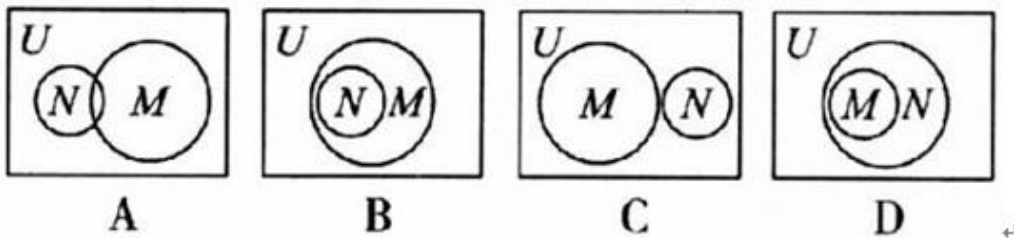
①  $a = \{a\}$ ; ②  $a \subseteq \{a\}$ ; ③  $a \in \{a\}$ ; ④  $\{a\} \subseteq \{a, b, c\}$ ; ⑤  $\{a\} \in \{a, b, c\}$ ; ⑥  $\{a\} \subsetneq \{a, b, c\}$

A. 1 个    B. 2 个    C. 3 个    D. 5 个

3. 已知集合  $A = \{x | x < 1\}$ ,  $B = \{x | x < 0\}$ , 则 ( )

A.  $A=B$ ;    B.  $A \subseteq B$ ;    C.  $A \subsetneq B$ ;    D.  $B \subsetneq A$

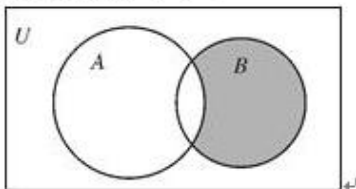
4. 已知集合  $U = \mathbb{R}$ , 则正确表示集合  $U$ ,  $M = \{-1, 0, 1\}$  和  $N = \{x \mid x^2 + x = 0\}$  关系的 Venn 图是 .



5. 已知集合  $P = \{x \mid -1 < x < 1\}$ ,  $Q = \{0 < x < 2\}$ , 那么  $P \cup Q =$  ( )

A.  $(-1, 2)$     B.  $(0, 1)$     C.  $(-1, 0)$     D.  $(1, 2)$

6. 设全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ , 集合  $A = \{1, 2, 3, 5\}$ ,  $B = \{2, 4, 6\}$ , 则图中的阴影部分表示的集合为 ( )。



A.  $\{2\}$     B.  $\{4, 6\}$     C.  $\{1, 3, 5\}$     D.  $\{4, 6, 7, 8\}$

7. 下列各组函数表示相等函数的是 ( )

A.  $f(x) = \begin{cases} x, & x > 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$  与  $g(x)=|x|$ ;

B.  $f(x)=2x+1$  与  $g(x) = \frac{2x^2 + x}{x}$ ;

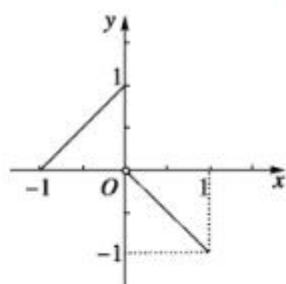
C.  $f(x)=|x^2 - 1|$  与  $g(t) = \sqrt{(t^2 - 1)^2}$ ;

D.  $f(x) = \sqrt{x^2}$  与  $g(x)=x$ ;

8. 函数  $f(x) = (x - \frac{1}{2})^0 + \frac{|x^2 - 1|}{\sqrt{x + 2}}$  的定义域为 ( )

A.  $(-2, \frac{1}{2})$  ; B.  $(-2, +\infty)$  ; C.  $(-2, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$  ; D.  $(\frac{1}{2}, +\infty)$ ;

9. 已知函数  $f(x)$  定义在  $[-1, 1]$  上, 其图象如图所示, 那么  $f(x)$  的解析式是 ( )



A.  $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \in [-1, 0] \\ x, & x \in (0, 1] \end{cases}$  B.  $f(x) = \begin{cases} -x+1, & x \in [-1, 0] \\ -x, & x \in (0, 1] \end{cases}$ ;

C.  $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \in [-1, 0] \\ -x, & x \in (0, 1] \end{cases}$  D.  $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \in [-1, 0) \\ -x, & x \in [0, 1] \end{cases}$ ;

10. 若  $f(\frac{1}{x}) = \frac{x}{1-x}$ , 则当  $x \neq 0$  且  $x \neq 1$  时,  $f(x) = ( )$ ;

A.  $\frac{1}{x}$  B.  $\frac{1}{x-1}$  C.  $\frac{1}{1-x}$  D.  $\frac{1}{x} - 1$ ;

11. 设  $f(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$ ,  $g(x) = \begin{cases} 1, & x \text{ 为有理数} \\ 0, & x \text{ 为无理数} \end{cases}$ , 则  $f(g(\pi))$  的值为 ( )。

A: 1 B: 0 C: -1 D:  $\pi$

12、设  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & 0 < x < 1 \\ 2(x-1), & x \geq 1 \end{cases}$ , 若  $f(a)=f(a+1)$ , 则  $f\left(\frac{1}{a}\right) = ( )$

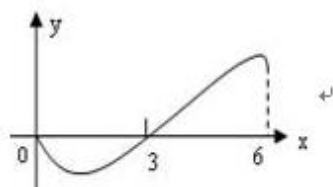
A. 2; B. 4; C. 6; D. 8

二。填空题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 已知函数  $f(x)$  为奇函数，且当  $x > 0$  时， $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$ , 则  $f(-1) = \underline{\hspace{2cm}}$  .

14. 函数  $f(x) = |x + a|$  的单调增区间为  $[3, +\infty)$  , 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$  .

15. 设奇函数  $f(x)$  的定义域为  $[-6, 6]$ , 当  $x \in [0, 6]$  时,  $f(x)$  的图象如图, 则不等式  $f(x) > 0$  的解集用区间表示为  $\underline{\hspace{2cm}}$  .



16. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + x, & x < 0 \\ -x^2, & x \geq 0 \end{cases}$ , 若  $f(f(a)) \leq 2$ , 则实数  $a$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$  .

三.解答题（共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17(本小题满分 10 分)已知全集  $U = \mathbb{R}$ , 集合  $A = \{x | x^2 = 1\}$  ,  $B = \{y | ay = 1\}$  ,

若  $B \cap (\complement_U A) = \emptyset$ , 求实数  $a$  的值的集合。

.

.

18(本小题满分 12 分).已知集合  $A = \{x | -3 < x \leq 4\}$  ,集合  $B = \{x | k + 1 \leq x \leq 2k - 1\}$  ,

且  $A \cup B = A$  ,试求  $k$  的取值范围.

.

.

19. (本小题满分 12 分) 已知二次函数  $f(x)$  的图象经过点  $(4, 3)$ , 它在  $x$  轴上截得的线段长为 2, 并且对任意  $x \in \mathbb{R}$ , 都有  $f(2-x) = f(2+x)$ , (1) 求  $f(x)$  的解析式. (2) 求  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上的最大值和最小值.

20. (本小题满分 12 分) 已知  $y = f(x)$  是定义在  $\mathbb{R}$  上的偶函数, 当  $x \geq 0$

时,  $f(x) = x^2 - 2x$ .

(1) 求  $f(x)$  的解析式;

(2) 作出函数  $f(x)$  的图象, 并指出其单调区间. (不需要严格证明)

↵

↵

↵

21. (本小题满分 12 分) 已知函数  $f(x) = 4x^2 - kx - 100$  在  $[5, 20]$  上具有单调性, (1) 求实数  $k$  的取值范围; (2) 求  $f(x)$  在  $[5, 20]$  上的最大值  $g(k)$ .

↵

↵

↵

↵

22. (本小题满分 12 分) 已知函数  $f(x) = \frac{mx + n}{1 + x^2}$  是定义在  $(-1, 1)$  上的奇函数, 且

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{5}.$$

(1) 求实数  $m, n$  的值;

(2) 用定义证明  $f(x)$  在  $(-1, 1)$  上是增函数;

(3) 解关于  $t$  的不等式  $f(t - 1) + f(t) < 0$ .

一. 选择题 (本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。)

CCDBA    BCCCB    BC

二. 填空题 (本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

-2    -3     $(-3, 0) \cup (3, 6]$      $(-\infty, \sqrt{2}]$

三. 解答题 (共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17 解:  $A = \{-1, 1\}$   $B \cap (\complement_U A) = \emptyset \Leftrightarrow B \subseteq A$

当  $a = 0$  的时候,  $B$  是空集, 当然是  $A$  的子集

当  $a \neq 0$  的时候,  $B = \{\frac{1}{a}\}$ , 要使  $B$  是  $A$  的子集, 则  $a = 1$  或  $-1$

综上所述,  $a = -1, 0, 1$

18 解: 因为  $A \cup B = A$ , 所以  $B \subseteq A$ ,

当  $B = \emptyset$ , 此时  $k + 1 > 2k - 1$ , 即  $k < 2$ ;

当  $B \neq \emptyset$  时, 则  $k \geq 2$ , 要使  $B \subseteq A$ , 所以  $k + 1 > -3$  且  $2k - 1 \leq 4$ ,

即  $k \in [2, \frac{5}{2}]$ .

综上所述  $k$  的取值范围是:  $(-\infty, \frac{5}{2}]$ .

19. 解: [解] (1)  $\because f(2-x) = f(2+x)$  对  $x \in \mathbb{R}$  恒成立,  $\therefore f(x)$  的对称轴为  $x = 2$ . 2 分

又  $\because f(x)$  的图象被  $x$  轴截得的线段长为 2,  $\therefore f(x) = 0$  的两根为 1 和 3. 4 分

设  $f(x)$  的解析式为  $f(x) = a(x-1)(x-3) (a \neq 0)$ .

又  $\because f(x)$  的图象过点  $(4, 3)$ ,  $\therefore 3a = 3, a = 1$ . 6 分

$\therefore$  所求  $f(x)$  的解析式为  $f(x) = (x-1)(x-3)$ , 即  $f(x) = x^2 - 4x + 3$ . 8 分

(2)  $f(x) = (x-2)^2 - 1$ , 当  $x = 0$  时,  $f(x)$  取得最大值 3, 当  $x = 1$  时,  $f(x)$  取得最小值 0. 12 分

20. 解: (1)  $\because y = f(x)$  是定义在  $\mathbb{R}$  上的偶函数, 当  $x \geq 0$

时,  $f(x) = x^2 - 2x$ ,

当  $x < 0$  时,  $-x > 0$ ,

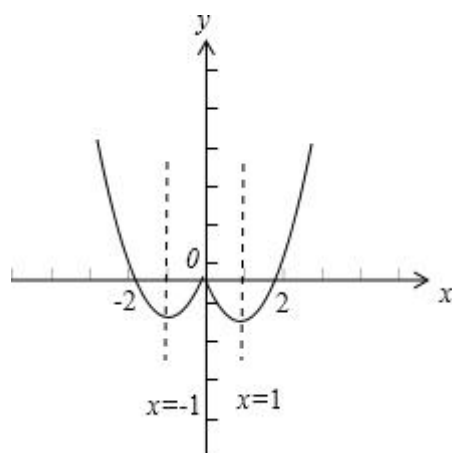
$$f(-x) = (-x)^2 - 2(-x) = x^2 + 2x,$$

$$\therefore f(x) = f(-x) = x^2 + 2x,$$

$$\therefore f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & x \geq 0 \\ x^2 + 2x, & x < 0 \end{cases}.$$

$$(2) \therefore f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & x \geq 0 \\ x^2 + 2x, & x < 0 \end{cases},$$

由此能作出函数  $f(x)$  的图象如下:



结合图象,知  $f(x)$  的增区间是  $(-1, 0)$ ,  $(1, +\infty)$ ; 减区间是  $(-\infty, -1)$ ,  $(0, 1)$ .

21. 解 (1)  $\because$  函数  $f(x) = 4x^2 - kx - 100$  的对称轴为:  $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-k}{2 \times 4} = \frac{k}{8}$ ,

$\because$  函数  $f(x) = 4x^2 - kx - 100$  在  $(5, 20)$  上具有单调性,

根据二次函数的性质可知对称轴  $x = \frac{k}{8} \leq 5$ , 或  $x = \frac{k}{8} \geq 20$

$$\therefore \frac{k}{8} \leq 5 \text{ 或 } \frac{k}{8} \geq 20, \therefore k \leq 40, \text{ 或 } k \geq 160$$

$$\therefore k \in (-\infty, 40] \cup [160, +\infty),$$

故答案为:  $\{k | k \leq 40, \text{ 或 } k \geq 160\}$

(2) ①当  $\frac{k}{8} < \frac{5+20}{2} = \frac{25}{2}$ , 即  $k < 100$  时,  $f(x)$  在  $x=20$  时取得最大值

$f(20)=1500-20k$ ; ②当  $k \geq 100$  时,  $f(x)$  在  $x=5$  时取得最大值  $f(5)=-5k$ ;

综上,  $f(x)$  的最大值  $g(k) = \begin{cases} 1500 - 20k, & k < 100 \\ -5k, & k \geq 100 \end{cases}$

22. 解:(1)  $\because f(x)$  为奇函数,

$$\therefore f(-x) = -f(x),$$

$$\text{即 } \frac{m(-x) + n}{1 + (-x)^2} = -\frac{mx + n}{1 + x^2}, \therefore n = 0,$$

$$\therefore f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{5}, \therefore m = 1$$

$$(2) \text{由(1)得 } f(x) = \frac{x}{1 + x^2},$$

设  $-1 < x_1 < x_2 < 1$ , 则

$$f(x_1) - f(x_2) = \frac{x_1}{1 + x_1^2} - \frac{x_2}{1 + x_2^2} = \frac{x_1(1 + x_2^2) - x_2(1 + x_1^2)}{(1 + x_1^2)(1 + x_2^2)} = \frac{(x_1 - x_2)(1 - x_1x_2)}{(1 + x_1^2)(1 + x_2^2)}$$

$$\therefore -1 < x_1 < x_2 < 1,$$

$$\therefore x_1 - x_2 < 0, 1 - x_1x_2 > 0, 1 + x_1^2 > 0, 1 + x_2^2 > 0$$

$$\therefore f(x_1) - f(x_2) < 0,$$

$$\text{即 } f(x_1) < f(x_2)$$

$\therefore f(x)$  在  $(-1, 1)$  上为增函数.

(3)  $\because f(x)$  是定义在  $(-1, 1)$  上的奇函数,

$$\therefore \text{由 } f(t-1) + f(t) < 0,$$

$$\text{得: } f(t) < -f(t-1) = f(1-t)$$

又  $\because f(x)$  在  $(-1, 1)$  上为增函数

$$\therefore \begin{cases} -1 < t < 1 \\ -1 < 1-t < 1 \\ t < 1-t \end{cases},$$

解得  $0 < t < \frac{1}{2}$ .