

合肥一中 2018—2019 学年第一学期高一年级段一考试

数学试卷

时长：120 分钟 分值：150 分 命题人：洪雨沛 审题人：沐方华

一、选择题（本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，每题只有一项是正确的）

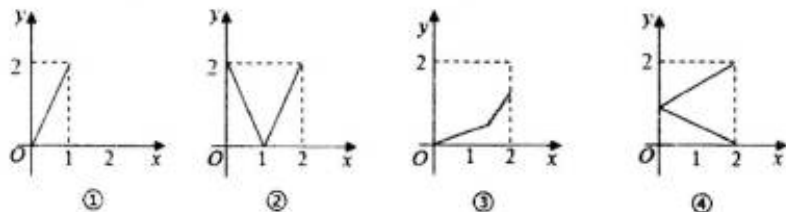
1. 下列关于集合描述错误的是（ ）.

- A. $0 \in \{0,1,2\}$ B. $\{1,2\} \subseteq \{1,2,3\}$ C. $\{1,2\} \cap \{1,3\} = 1$ D. $\{1,2,3\} = \{3,2,1\}$

2. 若集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 4\}$, 则 $A \cap B =$ ().

- A. $(-\infty, 3] \cup (4, +\infty)$ B. $(-1, 3]$ C. $[3, 4)$ D. $[-2, -1)$

3. 设集合 $A = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$, $B = \{y | 0 \leq y \leq 2\}$, 则下列图象可以作为从 A 到 B 的函数图象的有 () 个.



- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

4. 下列各组函数中，是相等函数的是 ().

- A. $f(x) = |x|, g(x) = \sqrt{x^2}$ B. $f(x) = x, g(x) = (\sqrt{x})^2$
C. $f(x) = 1, g(x) = x^0$ D. $f(x) = x - 2, g(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$

5. 已知函数 $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$, 则 $f(a) + f(\frac{1}{a})$ 的值为 ().

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

6. 函数 $f(x) = \frac{x+2}{x-2}, x \in [0,1]$ 的值域为 ().

- A. $[-3, -1]$ B. $(-3, -1)$ C. $[-3, -1)$ D. $(-3, -1]$

7. 函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-2,1]$, 函数 $g(x) = \frac{f(x-1)}{\sqrt{2x+1}}$, 则 $g(x)$ 的定义域为 ().

- A. $(-\frac{1}{2}, 2]$ B. $(-1, +\infty)$ C. $(-\frac{1}{2}, 0) \cup (0, 2)$ D. $(-\frac{1}{2}, 2)$

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (2-a)x - 4a, & x < 1 \\ ax, & x \geq 1 \end{cases}$ 为单调递增函数，则 a 的取值范围是 ().

- A. $(0, \frac{1}{3})$ B. $(\frac{1}{3}, 2)$ C. $(-1, 0)$ D. $(-1, 2)$

9. 函数 $f(x) = (x-1)\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ 是 ().

- A. 奇函数 B. 偶函数 C. 既是奇函数又是偶函数 D. 既不是奇函数也不是偶函数

10. 函数 $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$, 关于 $f(x)$ 的性质，以下四个推断正确的个数是 ().

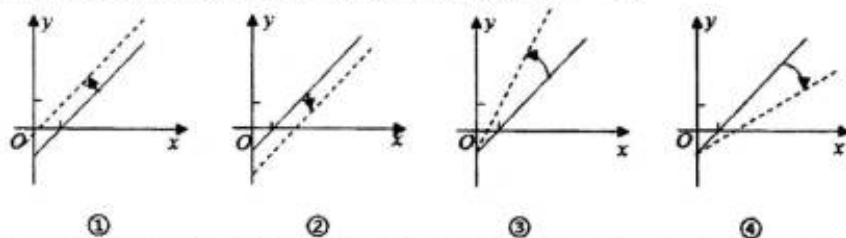
① $f(x)$ 定义域是 R ; ② $f(x)$ 值域是 $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$; ③ $f(x)$ 是奇函数; ④ $f(x)$ 在 $(0,2)$ 上增.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

11. 若集合 $A = \{x | ax^2 + 3x + 2 = 0\}$ 中至多有 1 个元素，则 a 的取值范围是 ().

- A. $(\frac{9}{8}, +\infty) \cup \{0\}$ B. $[0, \frac{9}{8}]$ C. $(-\infty, \frac{9}{8}]$ D. $(-\infty, \frac{9}{8})$

12. 某条公共汽车线路收支差额 y 与乘客量 x 的函数关系如图所示（收支差额 = 车票收入 - 支出费用）。由于目前本条线路亏损，公司有关人员提出了两条建议：建议（I）不改变车票价格，减少支出费用；建议（II）不改变支出费用，提高车票价格，下面给出的四个图形中，实线和虚线分别表示目前和建议后的函数关系，则 ().



- A. ①反映了建议（II），③反映了建议（I） B. ①反映了建议（I），③反映了建议（II）
C. ②反映了建议（I），④反映了建议（II） D. ④反映了建议（I），②反映了建议（II）

二、填空题 (本题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 函数 $f(x) = \begin{cases} 2x+1, & x < 1 \\ -x-3, & x \geq 1 \end{cases}$, 则 $f(f(2))$ 的值为_____.

14. 已知集合 $A = \{1, a^2\}$, $B = \{a, -1\}$, 若 $A \cup B = \{-1, a, 1\}$, 则 $a =$ _____.

15. 已知函数 $f(x) = 4x^2 - kx - 8$ 在 $[2, 4]$ 上具有单调性, 则 k 的取值范围是_____.

16. 定义在 \mathbb{R} 上的函数 $f(x)$ 满足对任意的 $x, y \in \mathbb{R}$, 有 $f(x+y) = f(x) + f(y) - 2$ 成立,

且 $x > 0$ 时 $f(x) > 2$, 则不等式 $f(m^2 - 3m) + f(2) < 4$ 的解集为_____.

三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分. 应有必要的文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (10 分) 设 $h = \left(2a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{2}}\right) \cdot \left(-6a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}}\right) \div \left(-3a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{5}{6}}\right)$, 其中 $a > 0, b > 0$.

(1) 当 $a = \frac{1}{2}, b = 1$ 时, 求 h 的值;

(2) 若 $h \in (1, +\infty)$, 求实数 a 的取值范围.

18. (12 分) 已知 $A = \{x | 3 \leq x < 6\}$, $B = \{x | 2 < x < 9\}$.

(1) 求 $C_n(A \cap B)$;

(2) $M = \{x | 2a < x < a+3\}$, 若 $M \subseteq B$, 求 a 的取值范围.

19. (12 分) 根据下列条件求解析式.

(1) 已知二次函数 $f(x)$ 对任意 $x \in \mathbb{R}$, 都有 $f(2-x) = f(x)$, 且 $f(0) = 0, f(-2) = 3$, 求 $f(x)$;

(2) 定义在 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 上的偶函数 $f(x)$, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = \frac{1}{x} - x^2$, 求 $f(x)$.

20. (12 分) 求函数 $f(x) = x^2 - 2ax + 3$, $x \in [1, 2]$ 的最小值 (用含 a 的代数式表示).

21. (12 分) 某单位员工 1000 名, 平均每人每年创造利润 10 万元. 为增加企业竞争力, 决定优化产业结构, 调整出 $x(x \in \mathbb{N}^*)$ 名员工从事第三产业, 调整后他们平均每人每年创造利润为 $10\left(a - \frac{3x}{500}\right)$ 万元 ($a > 0$), 剩下员工平均每人每年创造的利润可以提高 $0.2x\%$.

(1) 若要保证剩余员工创造的年总利润不低于原来 1000 名员工创造的年总利润, 则最多调整出多少名员工从事第三产业?

(2) 若调整出的员工创造出的年总利润始终不高于剩余员工创造的年总利润, 则 a 的取值范围是多少?

22. (12 分) 已知 $f(x)$ 为定义在 $[-1, 1]$ 上的奇函数, 且 $f(1) = -1$, 任意 $a, b \in [-1, 1]$,

$a+b \neq 0$ 时, 有 $\frac{f(a)+f(b)}{a+b} < 0$.

(1) 判断 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上的单调性, 并证明;

(2) 解不等式: $f\left(x + \frac{1}{2}\right) < f(1-x)$;

(3) 任意的 $x \in [-1, 1]$, 存在 $a \in [-1, 2]$ 使得 $f(x) \leq m^2 - 2am - 2$ 成立, 求 m 取值范围.

合肥一中 2018—2019 学年第一学期高一年级段一考试

数学试卷参考答案

一、选择题

CDCAC DABDC AB

2、填空题

13. $f(f(2)) = -9$

14. $a = 0$

15. $(-\infty, 16] \cup [32, +\infty)$

16. $m \in (1, 2)$

3、解答题

17.

(1) 经化简, $h = 4a = 2$;

(2) $4a \leq 1$, 解得 $0 < a \leq \frac{1}{4}$.

18.

(1) $C_{\mathbb{R}}(A \cap B) = (-\infty, 3) \cup [6, +\infty)$;

(2) 当 $M = \emptyset$ 时, $2a \geq a+3$, 解得 $a \geq 3$;

当 $M \neq \emptyset$ 时, $2a < a+3$, 解得 $a < 3$, 此时 $\begin{cases} 2a \geq 2 \\ a+3 \leq 9 \end{cases}$, 集合前提解得 $a \in [1, 3)$.

综上: $a \geq 1$

$$19. (1) f(x) = \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{4}x; \quad (2) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} - x^2, & x > 0, \\ -\frac{1}{x} - x^2, & x < 0. \end{cases}$$

$$20. f(x)_{\min} = \begin{cases} 4-2a, & a < 1, \\ 3-a^2, & 1 \leq a \leq 2, \\ 7-4a, & a > 2. \end{cases}$$

$$21. (1) \text{由题: } 10(1+0.2x\%)(1000-x) \geq 10 \times 1000. \text{ 化简得: } x^2 - 500x \leq 0.$$

解得: $0 < x \leq 500$ 且 $x \in \mathbf{N}^+$, 故最多调整 500 名员工.

$$(2) \text{由题: } x\left(a - \frac{3x}{500}\right) \leq 10(1+0.2x\%)(1000-x), \text{ 化简得: } a \leq \frac{2x}{500} + \frac{1000}{x} + 1 \text{ 恒成立,}$$

故 $0 < a \leq 5$.

22.

(1) 单调递减, 证明略.

$$(2) \text{由题 } \begin{cases} x + \frac{1}{2} \in [-1, 1] \\ 1 - x \in [-1, 1] \\ x + \frac{1}{2} > 1 - x \end{cases}, \text{ 解得 } x \in \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right].$$

$$(3) m \in (-\infty, 2 - \sqrt{7}] \cup [1, +\infty).$$