宜春实验中学2023届下学期第一次月考

高一年级数学试卷

考试时间：120 分钟　　　试卷总分 150 分

一、单选题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分）

1. 已知集合 $A=\{x|(x-1)(x+2)<0\}$，则 $C_R A=$（　　）

A. $\{x|-2<x<1\}$　B. $\{x|-1<x<2\}$　C. $\{x\,|\,x\le -2或x\ge 1\}$　D. $\{x\,|\,x\le -1或x\ge 2\}$

2. 已知 A,B,C 是平面上任意的三点，点 E 在直线 BC 上，若 $\vec{AB}=\frac{3}{5}\vec{AE}+\lambda\vec{AC}$，则 $\lambda=$（　　）

A. $\frac{2}{5}$　　B. $\frac{3}{5}$　　C. $-\frac{2}{5}$　　D. $-\frac{3}{5}$

3. 下列说法正确的是（　　）

A. 有一个面是多边形，其余各面都是三角形，由这些面围成的几何体是棱锥

B. 有两个面平行且相似，其余各面都是梯形的多面体是棱台

C. 如果一个棱锥的各个侧面都是等边三角形，那么这个棱锥可能为六棱锥

D. 如果一个棱柱的所有面都是长方形，那么这个棱柱是长方体

4. 已知 $a=\log_2 0.3$，$b=3^{0.2}$，$c=0.3^2$，则（　　）

A. $a<b<c$　　B. $a<c<b$　　C. $c<a<b$　　D. $b<c<a$

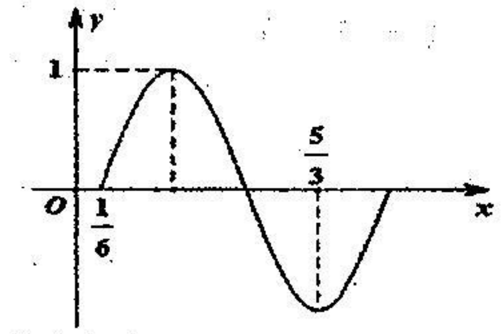
5. 设 $\overline{e_1}$，$\overline{e_2}$ 是两个不共线的向量，若向量 $\overline{m}=-\overline{e_1}+k\overline{e_2}$ $(k\in R)$ 与向量 $\overline{n}=\overline{e_2}-2\overline{e_1}$ 共线，则（　　）

A. $k=0$　　B. $k=1$　　C. $k=2$　　D. $k=\frac{1}{2}$

6. 牙雕套球又称“鬼工球”，取鬼斧神工的意思，制作相当繁复，工艺要求极高.明代曹昭在《格古要论·珍奇·鬼工毬》中写道：“尝有象牙圆毬儿一箇，中直通一窍，内车数重，皆可转动，故谓之鬼工毬”.现有某“鬼工球”，由外及里是两层半径分别为 5cm 和 4cm 的同心球（球壁的厚度忽略不计），在外球表面上有一点 A，在内球表面上有一点 B，连接线段 AB .若线段 AB 不穿过小球内部，则线段 AB 长度的最大值是（　　）

A. $\sqrt{41}$ cm　　B. 9cm　　C. 3cm　　D. 2cm

7. 数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0,\omega>0,-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，则 $f(x)=$（　　）



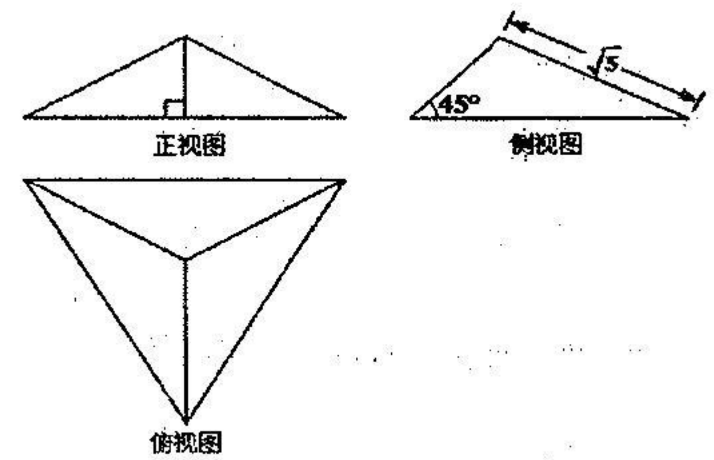
A. $\sin\left(\pi x+\frac{\pi}{6}\right)$　　B. $\sin\left(\pi x+\frac{\pi}{3}\right)$

C. $\sin\left(\pi x-\frac{\pi}{6}\right)$　　D. $\sin\left(\pi x-\frac{\pi}{3}\right)$

8. 已知非零向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=2,|\vec{b}|=\sqrt{3}$，且 $(\vec{a}-\vec{b})\perp\vec{b}$，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为（　　）

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

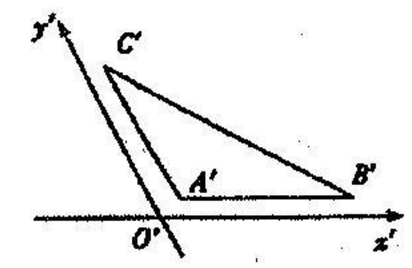
9. 正三棱锥（底面为正三角形，顶点在底面的射影为底面中心的棱锥）的三视图如图所示，俯视图是正三角形，O 是其中心，则正视图（等腰三角形）的腰长等于（　　）



A. $\sqrt{5}$　　B. 2

C. $\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{2}$

10. 如图，$\triangle A'B'C'$ 是 $\triangle ABC$ 的直观图，其中 $A'B'//O'x',A'C'//O'y'$，且 $A'B'=A'C'=1$，那么 $\triangle ABC$ 的面积是（　　）

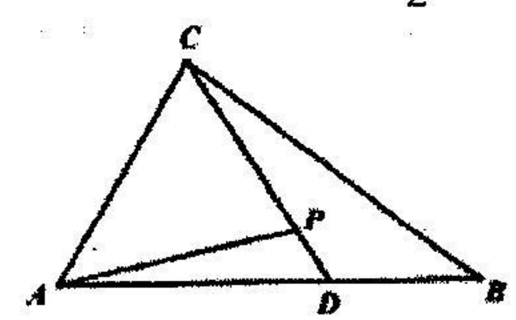


A. 1　　B. $2\sqrt{2}$　　C. 8　　D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

11. 侧棱长为 $2\sqrt{3}a$ 的正三棱锥 V-ABC 的侧棱间的夹角为 40°，过顶点 A 作截面 AEF，截面 AEF 的最小周长为（　　）

A. $2\sqrt{2}a$　　B. $6a$　　C. $4a$　　D. $12\sqrt{3}a$

12. 如图，在 ΔABC 中，$\angle BAC=\frac{\pi}{3}$，$\overline{AD}=2\overline{DB}$，$P$ 为 CD 上一点，且满足 $\overline{AP}=m\overline{AC}+\frac{1}{2}\overline{AB}$，若 ΔABC 的面积为 $2\sqrt{3}$，则 $|\overline{AP}|$ 的最小值为（　　）



A. $\sqrt{2}$　　B. $\frac{4}{3}$　　C. 3　　D. $\sqrt{3}$

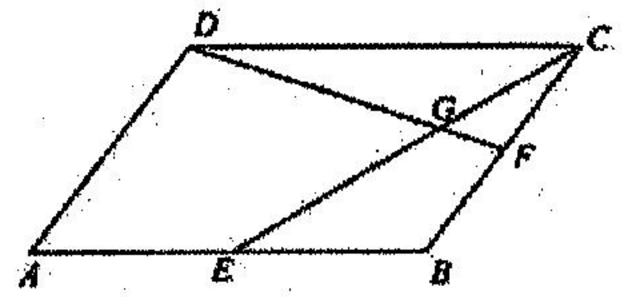
二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

13．设向量 $\vec{a}=(1,-1)$，$\vec{b}=(m+1,2m-4)$，若 $\vec{a}\perp\vec{b}$，则 $m=$__________.

14．设函数 $f(x)=\begin{cases}2x-a,x<1\\2^x,x\ge 1\end{cases}$，若 $f\left(f\left(\frac{1}{4}\right)\right)=4$，则 $a=$__________.

15．如果用半径为 $R=2\sqrt{3}$ 的半圆形铁皮卷成一个圆锥筒，那么这个圆锥筒的高是__________.

16．如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，E，F 分别为边 AB，BC 的中点，连接 CE，DF，交于点 G，若 $\overrightarrow{CG}=\lambda\overrightarrow{CD}+\mu\overrightarrow{CB}$（$\lambda$，$\mu\in R$），则 $\frac{\lambda}{\mu}=$__________.



三、解答题

17．（10分）已知非空集合 $A=\{x|2a+1\le x\le 3a-5\},B=\{x|3\le x\le 22\}$.

（1）当 $a=10$ 时，求 $A\cap B,A\cup B$

（2）若 $A\subseteq B$，求 a 的取值范围.

18．（12分）已知 $|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=3$，$(2\vec{a}-3\vec{b})\cdot(2\vec{a}+\vec{b})=-7$.

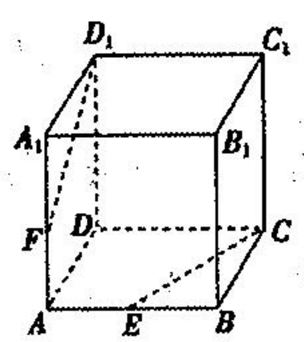
（1）求 $|\vec{a}+\vec{b}|$；

（2）求向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{a}+\vec{b}$ 的夹角的余弦值.

19．（12分）如图所示，在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，E、F 分别是 AB 和 AA_1 的中点．求证：

（1）E，C，D_1，F 四点共面；

（2）CE，D_1F，DA 三线共点.



20．（12分）已知向量 $\vec{a}=(\sin x,\cos x)$，$\vec{b}=(\sqrt{3},-1)$，$x\in[0,\pi]$.

（1）若 $\vec{a}\perp\vec{b}$，求 x 的值；

（2）记 $f(x)=\vec{a}\cdot\vec{b}$，求 $f(x)$ 的最大值和最小值以及对应的 x 的值.

21．已知函数 $f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{3})-2\sqrt{3}\cos^2 x+\sqrt{3}$.

（1）求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（2）当 $x\in\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$ 时，不等式 $2m\ge\frac{(m+1)f(x)+2m+1}{f(x)+2}$ 恒成立，求实数 m 的取值范围.

22．（12分）如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle B=60°$，$AB=3$，$BC=6$，且 $\overrightarrow{AD}=\lambda\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=-\frac{3}{2}$.

（1）求实数 λ 的值；

（2）若 M，N 是线段 BC 上的动点，且 $|\overrightarrow{MN}|=1$，求 $\overrightarrow{DM}\cdot\overrightarrow{DN}$ 的最小值.