

平罗中学 2019 届高三年级第二次模拟考试

理科数学

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $U = \{x \in \mathbf{N}^* | (x-6)(x+1) \leq 0\}$ ，集合 $A = \{1, 2, 4\}$ ，则 $C_U A =$ ()

- A. $\{3, 5\}$ B. $\{3, 5, 6\}$ C. $\{0, 3, 5\}$ D. $\{0, 3, 5, 6\}$

2. 复数 $\frac{2}{1-i}$ (i 为虚数单位) 的共轭复数是 ()

- A. $1+i$ B. $1-i$ C. $-1+i$ D. $-1-i$

3. 已知平面向量 \mathbf{m} ， \mathbf{n} 均为单位向量，若向量 \mathbf{m} ， \mathbf{n} 的夹角为 $\frac{2\pi}{3}$ ，则 $|2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}| =$ ()

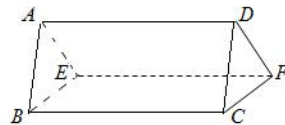
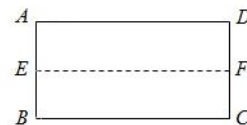
- A. 25 B. 7 C. 5 D. $\sqrt{7}$

4. 已知正项等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ($n \in \mathbf{N}^*$)， $a_5 + a_7 = a_6^2$ ，则 S_{11} 的值为 ()。

- A. 11 B. 12 C. 20 D. 22

5. 将一长为 4，宽为 2 的矩形 $ABCD$ 沿 AB 、 DC 的中点 E 、 F 连线折成如图所示的几何体，若折叠后 $AE = AB$ ，则该几何体的正视图面积为 ()

- A. 4 B. $2\sqrt{3}$



- C. 2 D. $\sqrt{3}$

6. 若函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{3})$ ($\omega > 0$) 的最小正周期为 π ，若将其图像向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位，

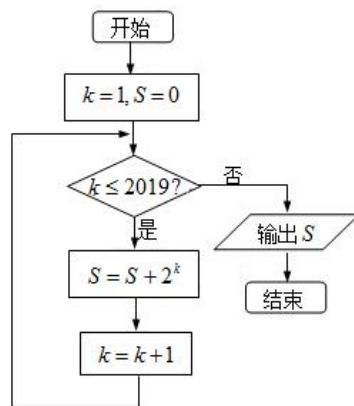
得到函数 $g(x)$ 的图像，则函数 $g(x)$ 的解析式为 ()

- A. $g(x) = \sin(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{6})$ B. $g(x) = \sin(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{3})$

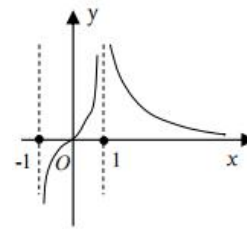
- C. $g(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{6})$ D. $g(x) = \cos 2x$

7. 执行如图所示的程序框图，输出的结果为 ()

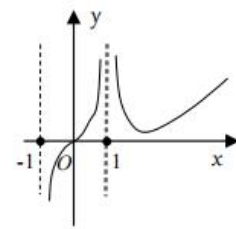
- A. $2^{2019} - 1$ B. $2^{2019} - 2$ C. $2^{2020} - 2$ D. $2^{2020} - 1$



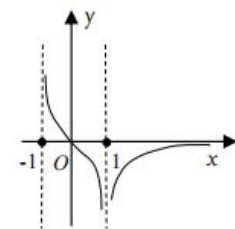
8. 函数 $y = \frac{\ln(x+1)}{x^2 - 2x + 1}$ 的部分图像大致是 ()



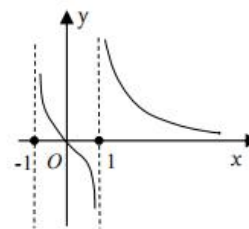
A



B



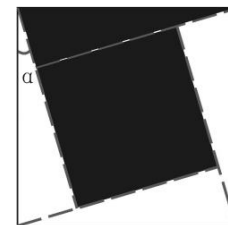
C



D

9. “勾股定理”在西方被称为“毕达哥拉斯定理”，三国时期吴国的数学家赵爽创制了一幅“勾股圆方图”，用数形结合的方法给出了勾股定理的详细证明。如图所示的“勾股圆方图”中，四个相同的直角三角形与中间的小正方形拼成一个大正方形。若直角三角形中较小的锐角 $\alpha = \frac{\pi}{12}$ ，现在向该大正方形区域内随机地投掷一枚飞镖，则飞镖落在阴影部分的概率是 ()

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{5}{8}$ D. $\frac{7}{8}$



10. 已知 F_1, F_2 是双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点，点 M 在 E 上， MF_1 与 x 轴垂直， $\sin \angle MF_2 F_1 = \frac{1}{4}$ ，则 E 的离心率为 ()

- A. $\frac{\sqrt{15}}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{\sqrt{13}}{2}$ D. 2

11. 若二项式 $(x - \frac{1}{\sqrt{x}})^n$ 的展开式中第 m 项为常数项，则 m ， n 应满足 ()

- A. $2n = 3(m-1)$ B. $2n = 3m$ C. $2n = 3(m+1)$ D. $2n = m$

12. 已知函数 $f(x) = mx - \frac{1-m}{x} + \ln x$ ，要使函数 $f(x) > 0$ 恒成立，则正实数 m 应满足 ()

- A. $\frac{m-1}{m} e^{2m-1} < 1$ B. $\frac{m-1}{m} e^{1-2m} < 1$
C. $\frac{m-1}{m} e^{2m-1} > 1$ D. $\frac{m-1}{m} e^{1-2m} > 1$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 某中学为调查在校学生的视力情况，拟采用分层抽样的方法，从该校三个年级中抽取一个容量为 30 的样本进行调查，已知该校高一、高二、高三年级的学生人数之比为 4 : 5 : 6，则应从高三年级学生中抽取 _____ 名学生。

14. 如果实数 x, y 满足条件 $\begin{cases} x - y + 1 \geq 0 \\ y + 1 \geq 0 \\ x + y + 1 \leq 0 \end{cases}$, 那么 $2x - y$ 的最大值为_____.

15. 已知函数 $f(x)$ 是定义域为 \mathbb{R} 的偶函数, 且 $f(x-1)$ 为奇函数, 当 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = 1 - x^3$, 则 $f(\frac{29}{2}) =$ _____.

16. 四面体 A-BCD 中, $AB \perp$ 底面 BCD , $AB = BD = \sqrt{2}$, $CB = CD = 1$, 则四面体 A-BCD 外接球的表面积为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 为选考题, 考生根据要求作答.

17. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c, $a = 3$, $\cos C = -\frac{1}{15}$, $5\sin(B+C) = 3\sin(A+C)$.

(I) 求边 c;

(II) 求 $\sin(B - \frac{\pi}{3})$ 的值.

18. (本小题满分 12 分)

网约车的兴起, 丰富了民众出行的选择, 为民众出行提供便利的同时也解决了很多劳动力的就业问题, 据某著名网约车公司“滴*打车”官网显示, 截止目前, 该公司已经累计解决退伍军人转业为兼职或专职司机三百多万人次. 梁某即为此类网约车司机, 据梁某自己统计某一天出车一次的总路程数可能的取值是 20、22、24、26、28、30(km), 它们出现的概率依次是 0.1、0.2、0.3、0.1、t、2t.

(1) 求这一天中梁某一次行驶路程 X 的分布列, 并求 X 的均值和方差;

(2) 网约车计费细则如下: 起步价为 5 元, 行驶路程不超过 3 km 时, 租车费为 5 元, 若行驶路程超过 3 km, 则按每超出 1 km (不足 1 km 也按 1 km 计程) 收费 3 元计费. 依据以上条件, 计算梁某一天中出车一次收入的均值和方差.

19. (本小题满分 12 分)

已知圆 O 经过椭圆 C: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的两个焦点以及两个顶点, 且点 $(b, \frac{1}{a})$ 在椭圆 C 上.

(I) 求椭圆 C 的方程;

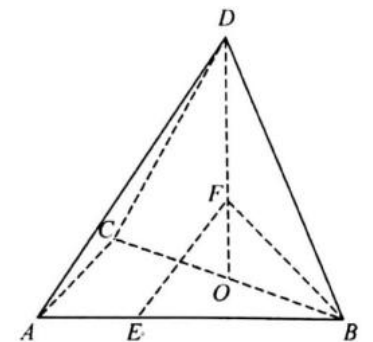
(II) 若直线 l 与圆 O 相切, 与椭圆 C 交于 M, N 两点, 且 $|MN| = \frac{4}{3}$, 求直线 l 的倾斜角.

20. (本小题满分 12 分)

如图, 在三棱锥 D-ABC 中, $\triangle ABC$ 与 $\triangle BDC$ 都为等边三角形, 且侧面 BCD 与底面 ABC 互相垂直, O 为 BC 的中点, 点 F 在线段 OD 上, 且 $OF = \frac{1}{3}OD$, E 为棱 AB 上一点.

(I) 试确定点 E 的位置, 使得 $EF \parallel$ 平面 ACD;

(II) 在 (I) 的条件下, 求二面角 D-FB-E 的余弦值.



21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 2x(\ln x + 1)$.

(I) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 若斜率为 k 的直线与曲线 $y = f'(x)$ 交于 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 两点, 其中 $x_1 < x_2$.

求证: $x_1 < \frac{2}{k} < x_2$.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 注意: 只能做所选定的题目, 如果多做, 则按所做的第一个题目计分, 作答时, 请用 2B 铅笔在答题卡上, 将所选题号对应的方框涂黑.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + \sqrt{3}\cos\alpha \\ y = \sqrt{3}\sin\alpha \end{cases}$ (α 为参数). 直线 l 的方程为 $y = kx$.

以直角坐标系 xOy 的原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴, 建立极坐标系.

(I) 求曲线 C 的极坐标方程;

(II) 若曲线 C 与直线 l 交于 A, B 两点, 若 $|OA| + |OB| = 2\sqrt{3}$, 求 k 的值.

23. (本小题满分 10 分) (选修 4-5: 不等式选讲)

已知函数 $f(x) = |x + 1|$, $g(x) = 2|x + a|$.

(1) 当 $a = -1$ 时, 解不等式 $f(x) \leq g(x)$;

(2) 若存在 $x_0 \in \mathbb{R}$, 使得 $f(x_0) \leq \frac{1}{2}g(x_0)$, 求实数 a 的取值范围.