

乌鲁木齐地区 2019 年高三年级第二次质量监测

文科数学（问卷）

（卷面分值：150 分；考试时间：120 分钟）

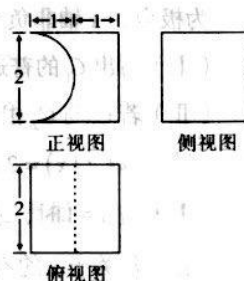
注意事项：

1. 本试卷分为问卷（4 页）和答卷（4 页），答案务必书写在答卷（或答题卡）的指定位置上。
2. 答题前，先将答卷密封线内的项目（或答题卡中的相关信息）填写清楚。

第 I 卷（选择题 共 60 分）

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合  $A = \{x | x < 1\}$ ,  $B = \{x | x^2 < 4\}$ , 则集合  $A \cap B =$   
 A.  $\{x | -2 < x < 1\}$       B.  $\{x | x < 1\}$       C.  $\{x | -2 < x < 2\}$       D.  $\{x | x < 2\}$
2. 已知复数  $z = \frac{2-i}{1+i}$  ( $i$  是虚数单位), 则复数  $z$  的实部为  
 A.  $-\frac{3}{2}$       B.  $-\frac{1}{2}$       C.  $\frac{1}{2}$       D.  $\frac{3}{2}$
3. 图象关于原点对称且在定义域内单调递增的函数是  
 A.  $f(x) = \cos x - 1$       B.  $f(x) = x^2 + 2$       C.  $f(x) = -\frac{1}{x}$       D.  $f(x) = x^3$
4. 已知实数  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x - 4y + 3 \leq 0, \\ 3x + 5y - 25 \leq 0, \\ x \geq 1, \end{cases}$  则  $z = 2x + y$  的最大值是  
 A. 1      B. 3      C.  $\frac{32}{5}$       D. 12
5. 我国南北朝时期数学家、天文学家祖暅，提出了著名的祖暅原理：“幂势既同，则积不容异”。“幂”是截面积，“势”是几何体的高，意思是两等高几何体，若在每一等高处的截面积都相等，则两几何体体积相等. 已知某不规则几何体与如图三视图所对应的几何体满足“幂势同”，则该不规则几何体的体积为



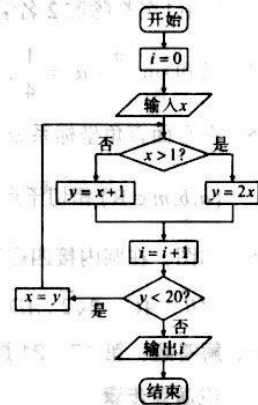
- A.  $8 - \frac{4\pi}{3}$
- B.  $8 - \pi$
- C.  $8 - \frac{2\pi}{3}$
- D.  $4 - \frac{\pi}{2}$

6. 若  $a=2^{\ln 2}$ ,  $b=2+2\ln 2$ ,  $c=(\ln 2)^2$ , 则  $a, b, c$  的大小关系是

- A.  $c < b < a$       B.  $c < a < b$       C.  $b < a < c$       D.  $a < c < b$

7. 执行如图所示的程序框图, 当输入的  $x$  为 1 时, 则输出的结果为

- A. 3      B. 4  
C. 5      D. 6



8. 已知  $F_1, F_2$  是双曲线  $x^2 - y^2 = 1$  的焦点, 以  $F_1F_2$  为直径的圆与一条渐近线交于  $P, Q$  两点, 则  $\Delta F_1PQ$  的面积为

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       B. 1  
C.  $\sqrt{2}$       D. 2

9. 若关于  $x$  的方程  $(\sin x + \cos x)^2 + \cos 2x = m$  在区间  $[0, \pi)$  上有两

个根  $x_1, x_2$ , 且  $|x_1 - x_2| \geq \frac{\pi}{4}$ , 则实数  $m$  的取值范围是

- A.  $[0, 2)$       B.  $[0, 2]$       C.  $[1, \sqrt{2} + 1]$       D.  $[1, \sqrt{2} + 1)$

10. 设  $F_1, F_2$  分别是椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点, 直线  $l$  过  $F_1$  交椭圆于  $A, B$  两

点, 交  $y$  轴于  $C$  点, 若满足  $\overline{F_1C} = \frac{3}{2}\overline{AF_1}$ , 且  $\angle CF_1F_2 = 30^\circ$ , 则椭圆的离心率为

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       B.  $\frac{1}{3}$       C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       D.  $\frac{2}{3}$

11. 已知  $A, B, C$  为球  $O$  的球面上的三个定点,  $\angle ABC = 60^\circ$ ,  $AC = 2$ ,  $P$  为球面上的动点, 记三棱锥  $P-ABC$  的体积为  $V_1$ , 三棱锥  $O-ABC$  的体积为  $V_2$ , 若  $\frac{V_1}{V_2}$  的最大值为 3,

则球  $O$  的表面积为

- A.  $\frac{16\pi}{9}$       B.  $\frac{64\pi}{9}$       C.  $\frac{3\pi}{2}$       D.  $6\pi$

12.  $f(x)$  的定义域是  $(0, +\infty)$ , 其导函数为  $f'(x)$ , 若  $f'(x) - \frac{f(x)}{x} = 1 - \ln x$ , 且  $f(e) = e^2$  (其

中  $e$  是自然对数的底数), 则

- A.  $f(2) < 2f(1)$       B.  $4f(3) < 3f(4)$   
C. 当  $x = e$  时,  $f(x)$  取得极大值  $e^2$       D. 当  $x > 0$  时,  $f(x) - ex \leq 0$

## 第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

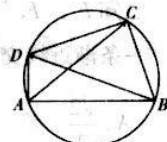
本卷包括必考题和选考题两部分, 第 13~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22~23 题为选考题, 考生根据要求作答.

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分.

13. 将 2 名教师，4 名学生分成 2 个小组，分别安排到甲、乙两地参加社会实践活动，每个小组由 1 名教师和 2 名学生组成，不同的安排方案共有   12   种. (用数字作答)

14. 已知  $\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = \frac{1}{4}$ ，则  $\cos\left(2\alpha + \frac{2\pi}{3}\right)$  的值为    $-\frac{7}{8}$   .

15. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，若直线  $y = x + m$  与曲线  $y = a \sin x + b \cos x$  ( $a, b, m \in \mathbb{R}$ ) 相切于点  $(0, 1)$ ，则  $\frac{a+b}{m}$  的值为    $-\frac{1}{2}$   .



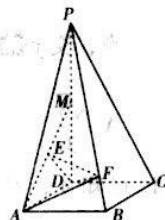
16. 如图，在圆内接四边形  $ABCD$  中，已知对角线  $BD$  为圆的直径，  
 $AB = AC = 2\sqrt{2}$ ,  $AD = 1$ ，则  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$  的值为    $-\frac{1}{2}$   .

三、解答题：第 17~21 题每题 12 分，解答应在答卷的相应各题中写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. 记公差为零的等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ，已知  $a_1 = 2$ ， $a_4$  是  $a_2$  与  $a_8$  的等比中项.  
(I) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式；

- (II) 求数列  $\left\{\frac{1}{S_n}\right\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

18. 如图，在四棱锥  $P-ABCD$  中，底面  $ABCD$  是边长为 2 的菱形，  
 $\angle DAB = 60^\circ$ ， $PD = 4$ ， $M$  为  $PD$  的中点， $E$  为  $AM$  的中点，点  $F$  在线段  $PB$  上，且  $PF = 3FB$ .



- (I) 求证  $EF \parallel$  平面  $ABCD$ ；  
(II) 若平面  $PDC \perp$  底面  $ABCD$ ，且  $PD \perp DC$ ，求  $V_{E-ADF}$ .

19. 某市为了了解市民对开展创建文明城市（简称“创城”）工作以来的满意度，随机调查了 40 名市民，并将他们随机分成  $A$ ， $B$  两组，每组 20 人， $A$  组市民给第一阶段的创城工作评分， $B$  组市民给第二阶段的创城工作评分，根据两组市民的评分记下茎叶图：

| A 组（第一阶段） |   |   |   |   |   | B 组（第二阶段） |   |   |   |   |
|-----------|---|---|---|---|---|-----------|---|---|---|---|
| 9         | 7 | 6 | 4 | 1 | 5 |           |   |   |   |   |
| 9         | 8 | 8 | 7 | 5 | 3 | 6         | 5 | 6 | 7 |   |
|           |   |   | 6 | 6 |   | 7         | 6 | 7 | 9 | 9 |
|           | 6 | 5 | 4 | 2 | 8 | 4         | 5 | 6 | 6 | 8 |
|           |   | 7 | 2 | 1 | 9 | 1         | 2 | 5 | 7 | 8 |

- (I) 根据茎叶图比较市民对两个阶段创城工作满意度评分的平均值及集中程度（不要求计算，给出结论即可）；

(II) 根据市民的评分将满意度从低到高分三个等级:

|       |         |            |          |
|-------|---------|------------|----------|
| 满意度评分 | 低于 70 分 | 70 分到 89 分 | 不低于 90 分 |
| 满意度等级 | 不满意     | 满意         | 很满意      |

①由频率估计概率,判断该市开展创城工作以来哪个阶段的市民满意度高?(说明理由)

②完成下面的列联表,并根据列联表判断是否有 99% 的把握认为市民对创城工作的满意度与两个阶段有关?

|      |         |          |
|------|---------|----------|
|      | 低于 70 分 | 不低于 70 分 |
| 第一阶段 |         |          |
| 第二阶段 |         |          |

$$\text{附: } k^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

|                   |       |       |        |
|-------------------|-------|-------|--------|
| $P(k^2 \geq k_0)$ | 0.050 | 0.010 | 0.001  |
| $k_0$             | 3.841 | 6.635 | 10.828 |

20. 已知抛物线  $C: x^2 = 2py$  经过点  $P(2,1)$ , 其焦点为  $F$ ,  $M$  为抛物线上除了原点外的任一点, 过  $M$  的直线  $l$  与  $x$  轴、 $y$  轴分别交于  $A$ 、 $B$  两点.

(I) 求抛物线  $C$  的方程以及焦点坐标;

(II) 若  $\triangle AMF$  与  $\triangle ABF$  的面积相等, 证明直线  $l$  与抛物线  $C$  相切.

21. 已知函数  $f(x) = e^x + \frac{x}{tx-1}$  (其中  $e$  是自然对数的底数).

(I) 当  $t=0$  时, 求  $f(x)$  的最小值;

(II) 当  $t < 0$  时, 求  $f(x)$  在  $\left(\frac{1}{t}, +\infty\right)$  上的最小值.

选考题: 共 10 分, 请考生在 22、23 两题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分. 作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑.

22. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x=t, \\ y=3-t, \end{cases}$  ( $t$  为参数), 在以坐标原点为极点,  $x$  轴非负半轴为极轴的极坐标系中, 曲线  $C_2$  的极坐标方程为  $\rho = 4\sin\theta$ .

(I) 写出  $C_1$  的普通方程和  $C_2$  的直角坐标方程;

(II) 若  $C_1$  与  $C_2$  相交于  $A, B$  两点, 求  $\triangle OAB$  的面积.

23. 已知函数  $f(x) = 2|x+1| - |x-a|, a \in \mathbb{R}$ .

(I) 当  $a=1$  时, 求不等式  $f(x) < 0$  的解集;

(II) 若关于  $x$  的不等式  $f(x) < x$  有实数解, 求实数  $a$  的取值范围.